**تحليل عددي**

الدكتور معروف باسوت

**اسماء الطالبات**

فاطمه بلغيث الشريف

هنوف سعيد المهناء

حنين خالد اليحيى

فدوى سعيد بادغيش

هديل القحطاني

سارا عبد الرحمن ابو احمد

**المحاضره الثامنة**

الاستيفاء الداخلي

**مثال**

في تجربة معملية في معمل الحرارة سجلت القراءات التالية لدرجات الحرارةx و طول السلسة y من المعدن :

20 10 0 x

155 151 150 Y

أوجدي بطريقة الاستيفاء العلاقة الخطية بين x و y ، ثم اوجدي طول السلك المعدني عند x=15o ثم عند x=50o ، ثم أوجدي العناصر َ e لـ y=153 cm .

**الحل**

إن العلاقة العامة للخط المستقيم y=ax + b

و لتعيين a , b سنختار النقطتين (0,155) , (20,155) من أجل أن نغطي الفتره [0,20]

150=b

20a+b=155

20a+150=155 20a=5

a=5/20=1/4 [a=1/4,b=150]

و بالتالي فإن : y=1/4x+150

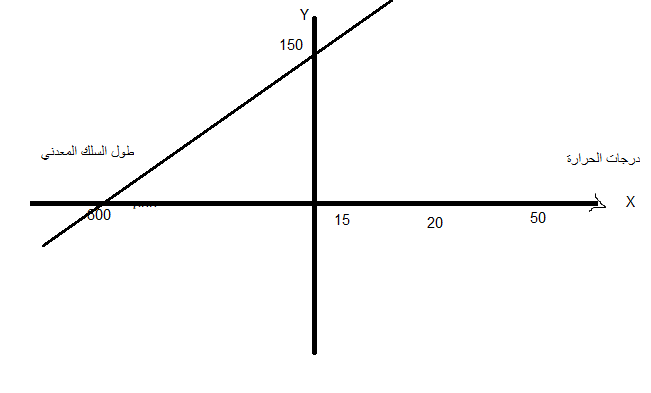
هذه العلاقة تسمى حدودية الاستيفاء عند x=15o ، فإن الاستيفاء داخلي :

لأن x=15 € [0,20]

وعند =x فان الاستفياء خارجي وطول السلك المعدني يساوي :

أخيرا من اجل y=153cm ماهي درجة حرارة

هنا يدعى الاستفياء استفياء عكسيا .



**طريقه لاغرانج في الاستيفاء الداخلي**

لتكن الداله y=f(x) معرفه بالجدول التالي :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| xn | ..... | X2 | X1 | X0 | x |
| Yn | ... | Y2 | Y1 | Y0=f(x0) | F(x) |

ان صيغه لاغرانج العامه لايجاد الحديديه الملائمه للداله f(x) y= تعطى بالشكل :

Fn(x)=

*L0(x)f(x0)+ L1(x)f(x1)+ …….+Ln(x)f(xn)=*

*حيث Lj(x) حدوديات من الدرجه n وتسمى حدوديات لاغرانج وتعطى بالعلاقه :*

*Lj(x)=*

*حيث ان (xj-xj)غير موجود لانه صفر .*

**مثال**

باستخدام صيغة لانرانج عيني الحدوديه الملائمه للداله f(x) والمعرفه بالجدول :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| X1 | Xo |  |
| 3 | 1 | X |
| -2 | 4 | F(x) |

**الحل**

n = 1

X0 = 1

F(x0) = 4

X1  = 3

F(x1) = -2

= = L0(x) =

(x-3) -

= L1(X) =

= ( x-1)

P1(x) = L0(x) f(x0) + L1(X) f(x1) =

-(x-3) 4 + (x-1)(-2)

داله من الدرجه الأولى = -3 x + 7

ان قيمة الحدودية Fn(x) عند أي نقطه من نقط الارتكاز (i=0,1,…n) Xi تساوي قيمة الدالة F(x) أي ان :

هذا يعني ان الحدودية Fn (x) حدودية لانجرانج هي حدودية ملائمة للدالة F(x) .

**مثال (2)**

باستخدام صيغة لاغرانخ عيني الحدودية الملائمة للدالة f(x) المعرفة بالجدول :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x | -1 | 0 | 2 |
| F(x) | 2 | -1 | 5 |

: F(x)ثم اوجدي القيمة التقريبية لـ

**الحل**

N=2

P2(x)=l0(x)f(x0)+l1(x)f(x1)+l2(x)f(x2) ( \* )

L0(x)=

L0(x)=

L1(x)=

L1(x)=

L2(x)=

L2(x)=x(x+1)

بالتبديل لجميع القيم بالعلاقة ( \* ) نجد :

P2(x)=x(x-2)(2)-(x+1)(x-2)(-1)+x(x+1)5=2x2-x-1

P2(x)= 2x2-x-1

F(1)بقي حساب

P2(1)=f(1)=2-1-1 = 0

تقدير الخطأ المرتكب بطريقة لاغراغ في الاستيفاء الداخلي .

**نظرية :**

إذا كانت الدالة f(x) متصلة وقابلة للاشتقاق (n+1) مرة وبفرض أن النقطة x =

واقعة داخل الفترة التي تحوي النقاط x0,x1,…..,xn  بحيث أن , i=0,1,2,..,n

فإن الخطأ المرتكب يعطى بالعلاقة التالية :

**حيث:**

و كثيرة الحدود الملائمة للدالة *f(x)* في النقطة *xi* i=0,1,…..,n

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 5 | 2.5 | 2 | X |
| 0.25 | 0.4 | 0.5 | Y=f(x) |

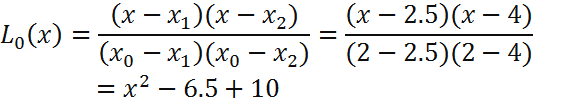
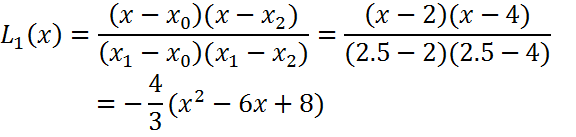
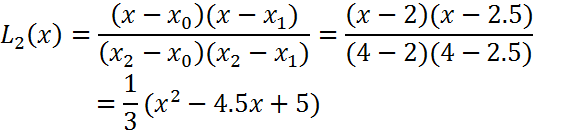
مثال

أوجدي الحدودية الملائمة للدالة y=f(x)=1/xوالمعرفة بالجدول التالي

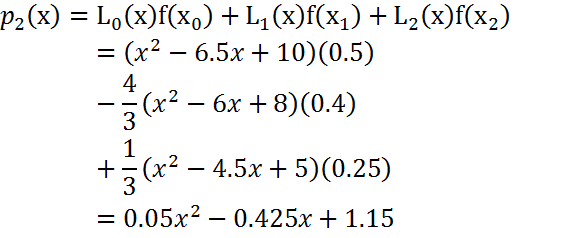
m=2

ثم أوجدي القيمة التقريبية لـ f(3) واحسب الخطأ المرتكب .

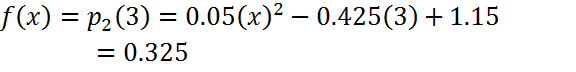
**الحل**

**الحدودية الملائمة هي :**



**القيمة التقريبية لـ f(x) هي:**



**حساب الخطأ المرتكب :**

لدينا n=2 ومنه :

Y=f(x)=

F ꞌ(x) = - Fꞌꞌ(x)=

F ꞌꞌꞌ (x)= -

وحسب النظرية :

(µ) = fꞌꞌꞌ(µ) = -

وكون

2<µ<4

فإن

أي أن

W(3) = (3-2)(3-2.5)(3-4) = -0.5

وبالتالي فإن الخطأ هو :

ˡ e(3)ˡ ≤ ˡ - 0.5 ˡ = 0.031