• المجموعات تعريف المجموعات وأنواعها والعمليات المرتبطة بها

تعريف المجموعة:

المجموعة ببساطة هي تجمع من الأشياء أو العناصر المحددة تماما. وقد تكون هذه الأشياء أعدادا أو أشخاصاً أو أحداثا أو أي شئ آخر.

ترمز للمجموعات بواسطة حروف كبيرة مثل . . . *A B C*

الأشياء التي تتكون منها المجموعة تسمى عناصر المجموعة و ترمز للعناصر بواسطة حروف صغيرة مثل . . . *a, b, c,*

يستخدم الرمز ∈ "**ينتمي**" إلى ليبين عناصر المجموعة ء فمثلاً إذا كان العنصر a من ضمن عناصر المجموعة A
فإننا نقول أن a ينتمي إلى المجموعة A ويكتب بالصورة $a \in A$
أما إذا كان a ليس عنصرا من عناصر المجموعة A فإننا نقول أن a لا ينتمي إلى المجموعة A ويكتب
بالصورة $a \notin A$ ملاحظة: تعد دراسة المجموعات ذات أهمية كبيرة في دراسة العلاقات والدوال .

& أمثلة على المجموعات:

مثال : A= {a, b, c, d }
أي أن المجموعة A تتكون من العناصر a و b و c وd
$b \in A$ أي أن العنصر b ينتمي إلى المجموعة A
$f \notin A$ أي أن العنصر f لا ينتمي إلى المجموعة A

& طرق كتابة المجموعات:

١- طريقة العد (سرد العناصر): يتم فيها وضع جميع عناصر المجموعة ، أو جزء منها ، بين قوسي المجموعة { }
بحيث يفصل بين كل عنصرين بعلامة فاصلة " , " مثل :

- A={1,3,5,7}
- B = {a, b, c, d }
- C = {l ،2 ،3 ، ....}

" بحيث لا يتم تكرار العناصر"

٢- طريقة القاعة (الصفة المميزه): يتم فيها وصف المجموعة بذكر صفة يمكن بواسطتها تحديد عناصرها، أي الصفة التي تحدد ارتباط عناصر المجموعة ، فمثلاً:

- A = (x : x عدد طبيعي زوجي }
- B = {x : x كلية بجامعة الملك فيصل }
- C = (x : x طالب مسجل بالمقرر الحالي }
- D = {x :0 ≤ x ≤12 ، x عدد صحيح }

مثال على طرق كتابة المجموعات :
فمن خلل رمي حجر نرد مرتين نستطيع أن نعبر عن الحادثة (الحصول على مجموع يساوي (7 من خلال التالي:

- طريقة سرد جميع العناصر وبينهما فاصلة كالتالي:{ (6,1) ،(5,2) ،(4,3) ،(3,4) ،(2,5) ،(1 ،6) }=A

- ويمكن أن نعبر عن الحادثة نفسها بطريقة الصفة المميزة وهي كتابة مميزات العناصر بين القوسين { } عوضا عن كتابة العناصر نفسها كالتالي: { A={ (x, y) : x + y = 7

إذا المجموعة بشكل عام يمكن أن تكتب بميزة عناصرها بأشكال مختلفة طالما كانت الميزة كافيه لتحديد العناصر بشكل دقيق.

أنواع المجموعات:

١- المجموعة الخالية :

وهي مجموعة الأعداد الصحيحة التي بين العددين 1، 0 مجموعة خالية ، أيضا مجموعة أسماء الأسماك التي تتحدث اللغة العربية مجموعة خالية بالتأكيد (مستحيله) . ويرمز للمجموعة الخالية بالحرف اليوناني $\emptyset$ أو بقوسين { } فارغيين.

- A = {x : xعدد طبيعي زوجي وفردي }
- B = (x : xدولة عربية تقع في اوروبا }

2 - المجموعة المنتهية:

المجموعة التي تكون عناصرها محدودة ء مثال: المجموعات التالية مجموعات منتهية:

- A = {2 ،4 ،6 ،8 }
- B = {l ،2 ،3 ، ....،100 }
- c = {X, y, z, w, u }

٣- المجموعة غير المنتهية:

المجموعة التي تكون عناصرها غير محدودة ، مثال : المجموعات التالية مجموعات غير منتهية

- A = (X: xعدد طبيعي فردي }
- B = {10 ،20 ،30 ....}

٤- المجموعة الكليه :

هي المجموعة التي تدرس جميع المجموعات باعتبارها مجموعات جزئية منها، ويرمز لها بالرمز **U**

٥- المجموعة الجزئية :

فنقول عن مجموعة A أنها مجموعة جزئية subset من مجموعة B إذا كان كل عنصر ينتمي إلى A ينتمي إلى B ونعبر عن هذا بكتابة

فإذا كانت $B \subset A$ وكانت $A \neq B$ قلنا أن Aجزئية فعلية proper subset منB أوA محتواه في B أو المجموعة B تحتوي A

أما إذا كانت A = B فإن كل عنصر ينتمي إلى أحدهما ينتمي للأخرى وبالتالي $A \subset B$ و $B \subset A$

أمثلة :

- إذا كانت (A = {2 ،4 ،6 , B = {l, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8} فإن $A \subset B$ (جزئية فعليه)

مجموعة جميع طلاب التعليم الالكتروني بجامعة الملك فيصل مجموعة جزئية من مجموعة طلاب هذه الجامعة.

6-تساوي المجموعات :

تكون المجموعتان A ، B متساويتان إذا كانت $A \subseteq B, B \subseteq A \Rightarrow A = B$ مثال:

- $\{-1 , +1\} = \{x : x^2=1 \}$
- {x : xحرف من كلمة سلام } ≠ (س، ل، م)

٧- أما المجموعتان المتكافئتان فهما المجموعتان اللتان تتساويان فيهما عدد عناصر هو وتكتب على الصورة $A \equiv B$

مثال: أي المجموعات التالية متكافئة وأيها متساوية:

١ - A={1,3,5,7} , B={3,1,5,7}
٢ - A={0,1,2} , B= {a,b,c}

متساويه: يعني نفس العناصر بالضبط (نسخ ولصق) مو شرط الترتيب لكن نفس العناصر بدون زياده او نقصان متكافئه: يعني نفس عدد العناصر فقط ولا يشترط نفس العناصر

& الحل :

١ - $A = B$

٢ - $A \equiv B$

العمليات على المجموعات :

1 - الاتحاد :

اتحاد المجموعتين A , B $(A \cup B)$ هو مجموعة كل العناصر الموجودة في A أو في B أو في كليهما.

مثال:

B = {-6, -7, -11} , A = {1, 2 ، -6, -7}

$(A \cup B)$ = { 1،2 ،-6 ،-7 ،-11 }

نكتب جميع عناصر المجموعات بدون تكرار

2-التقاطع :

تقاطع المجموعتين B,A $(A \cap B)$ هو مجموعة كل العناصر الموجودة في A و في B معاً.أي العناصر المشتركة بين A و B.

العناصر المشتركه

B={-6,-7,-11} , A={1,2,-6,-7}

$(A \cap B)$ = {-6 ، -7 }

3- المكملة أو المتممة

يقال أن *A* مكملة المجموعة A إذا كانت تحتوي على جميع عناصر المجموعة الكية U باستثناء عناصر A

أي أن **مثال:**

S = {1 ،2 ،3 ،4 ،5 ،6 ،7 ،8 ،9 ،10 ،11 ،12 ،13 ،14 ،15 ،16 ،17 ،18 ،19 ،20 }

A = {1, 3, 5, 7, 8, 9, *10,* 11, 12, 13,14, 15 ،16 ،17 ،18 ، 19 }

B={1,2,3,6,8,11,12,14,16}

Ā ={2,4,6,20}

$\bar{B}$={4,5,7,9,10,13,15,17,18,19,20}

اذا طلب المتممه فالاجابه بتكون الاعداد الي بالمجموعه الكليه ومش موجوده بالمجموعه المطلوب متممتها.
مثلاً:إذا المطلوب متممة A نشوف ايش العناصر الي بالكليه ومو في A وهي المتممه

٣ -الفرق:

كانت مجموعتان B, A فإن A-B يسمى بالفرق وهو مجموعة كل العناصر الموجودة A وليست في B أي أن إذا كانت

B={3,4,5,x,w} و A={1,2,3,x,y}

فإن A-B={1,2,y}

و

B-A={4,5,w}

عملية غير عكسيه

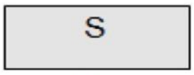
*المجموعات تمثيل المجموعات من خلل استعمال الأشكال الهندسية

أشكال فِنْ **VIN Figures**:

يمكن تمثيل المجموعات والعمليات المختلفة عليها من خلال استعمال أشكال هندسية تسمى أشكال فِنْ وذلك وفق ما يلي:

1 - المجموعة الكلية:

تمثل المجموعات الكلية بمستطيل ويرمز لها بالرمز S

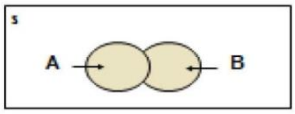


S

2 - اتحاد الحوادث Events Union:

لأي حادثتين A و B فإن الحادثة التي تتضمن كافة العناصر التي تنتمي إلى A أو إلى B أو إلى كليهما معا يطلق عليها إتحاد حادثتين ويرمز لها $(A \cup B)$ أو (A أو B) والشكل التالي يوضح ذلك :

∪



شكل فِنْ لتمثيل إتحاد حادثتين A و B

$(A \cup B)$

وبشكل عام لأي n حادثة A1 , A2, A3, ... An فإن إتحاد هذه الحوادث هو: $\bigcup_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \ldots \ldots \cup_n$

ويمكن القول أن $\bigcup_{i=1}^{n} A_i$ هو حدث يقع إذا وقع أحد هذه الحوادث Ai على الأقل وهو ما يطلق عليه جمع الأحداث فالإتحاد ∪ يعني اتحاد المجموعتين A و B وهو مجموع العناصر الموجودة في كلتا المجموعتين دون تكرار العناصر.

مثال :

B={-6, -7, -11} , A={1 , 2 ,-6 , 7}

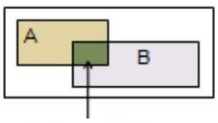
$(A \cup B)$ = {1 ،2 ،-6 ،-7 ،-11 }

& خواص العمليات الجبرية لإتحاد الحوادث:

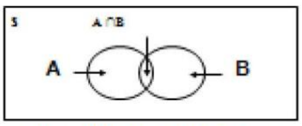
- إذا كانت A و B و C ثلاث حوادث فإن: $A\cup(B\cap C) = (A\cup B)\cap(A\cup C)$ ويعني ذلك توزيع الإتحاد على التقاطع
- وكذلك هناك خاصية التبديل والتي تعني أن $(A\cup B) = (B\cup A)$

3 - تقاطع الحوادث Events Intersection:

لأي حادثتين A و B فإن الحادثة التي تتضمن كافة نقاط العينة التي تنتمي إلى A و B أو إلى كليهما معاً في نفس الوقت يطلق عليها تقاطع حادثتين ويرمز له $(A \cap B)$ أو (A و B) وباستخدام أشكال فِنْ يكون الجزء المحدد بـ A and B هو الذي يمثل تقاطع الحادثتين:



$(A \cap B)$



شكل فِنْ لتمثيل تقاطع حادثتين A و B

وبشكل عام لأي n حادثة A1 , A2 , A3 , ... An فإن نقاطع هذه الحوادث هو $\bigcap_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cap A_2 \cap A_3 \ldots\ldots \cap_n$

ويمكن القول آن $\bigcap_{i=1}^{n} A_i$ هو حدث يقع إذا وفقط وقعت كل الحوادث Ai على الأقل وهو ما يطلق عليه ضرب الحوادث

& تقاطع الحوادث Events Intersection:

فالتقاطع ∩ إذا هو مجموعة العناصر المشتركة بين مجموعتين أو أكثر

مثال :

B={-6, -7, -11} , A= {1,2, ,-6, -7 }

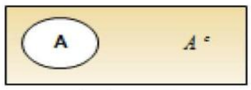
$(A \cap B) = \{-6 ،-7\}$

& خواص العمليات الجبرية لتقاطع الحوادث:

- إذا كانت A و B و C ثلاث حوادث فإن $A\cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ ويعني ذلك توزيع التقاطع على الإتحاد
- وكذلك هناك خاصية التبديل والتي تعني أن $(A \cap B) = (B \cap A)$

4 - الحادثة المتممة Complementarv Even :

لأي حادثة A فإن متممتها هي الحادثة التي تتضمن كافة العناصر التي لا تنتمي إلى A ويرمز لها بالرمز A^c أو $\bar{A}$ وهو حدث يتآلف من جميع عناصر Ω غير المنتمية إلى A وباستخدام أشكال فِنْ فإن الجزء المظلل يمثل الحادثة المتمة:



$\bar{A}$ A^c

شكل فن لتمثيل متممة الحادثة A

مثال :

S={1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 ،19 ،20 }

A={1, 3, 5, 7, 8, 9,10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18,19}

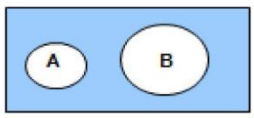
S={1،2 ،3 ،6 ،8 ،11 ،12 ،14 ،16 }

$\bar{A}$ ={2 ،4 ،6 ،20 }

$\bar{B}$ ={4, 5, 7, 9,10،13 ،15,17 ،18 ،19 ،20 }

5- الحوادث المتنافية Mutually Execlusive Events :

الحادثتان B و A متنافيتان أو منفصلتان إذا كان تقاطعهما خاليا أي أن $A \cap B = \emptyset$ ويمكن القول أيضا أن $A \cap A^c = \emptyset$، وباستخدام أشكال فِنْ فإن الحادثتان المنفصلتان يتمثلان بالشكل التالي:



$A \cap B = \phi$

$A \cap A^c = \phi$

شكل فن لتمثيل حادثتان متنافيتان A و B

بعض العلاقات المهمة

$\overline{B \cup A} = \bar{B} \cap \bar{A}$

$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$

إذا كانت $A \subset B$ فإن:

$A = A \cap B$

$B = A \cup B$

$\bar{B} \subset \bar{A}$

$A \cup A^c = S$

$A \cap A^c = \phi$

$\bar{S} = \phi$

$\bar{\phi} = S$

$A \cup S = S$

$A \cap S = A$

$A \cap \phi = \phi$

قواعد ثابته

أمثله وتمارين:

يراد شراء ثلاثة أنواع من اللحوم من جزار معين ،فإذا رمزنا للحم الدجاج بـ A ولحم الضأن بـ B ، ولحم العجل بـ C فإن:

- **توفر أنواع اللحوم الثلاثة يعني توفر لحم A و c و B أي بمعنى $A \cap B \cap C$**
- **عدم توفر أي نوع من اللحوم يعني عدم توفر C و B و A أو كلها أي بمعنى: $\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}$**
- **توفر نوع واحد من اللحوم على الأقل هو توفر A أو B أوC أو كلها أي بمعنى $A \cup B \cup C$**
- **توفر نوع A فقط يعني: $A \cap \bar{B} \cap \bar{C}$**
- **توفر C وعدم توفر النوعين الآخرين أي بمعنى: $(A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cap B \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cap \bar{B} \cap C)$**

قذفت قطعة نقود معدنية ثلاث مرات، أوجد فراغ العينة Ω وعدد عناصرها واكتب الحوادث التالية وعدد عناصر كل منها:

١ - الحادثة A ظهور صورة في الرمية الأولى

2- الحادثة B ظهور صورة واحدة على الأقل

3 - الحادثة c ظهور كتابة في الرمية الأولى وصورة في الرمية الثانية:

4- الحادثة $(A \cap B)$

5 - الحادثة $(A \cup C)$

6 - الحادثة $(\bar{A} \cup \bar{B})$

7 - الحادثة $(A \cap \bar{B})$

8 - الحادثة $(\overline{A \cap B})$

الحل/

فراغ العينة Ω يمكن إيجاده من خلال حساب ظهور كل رمية مباشرة على النحو التالي:

Ω={(HHH),(HHT),(HTH),(HTT),(THH),(THT),(TTH),(TTT)}

١. **الحادثة A ظهور صورة في الرميه الأولى : A={(HHH),(HHT),(HTH),(HTT)}**
٢. **الحادثة B ظهور صورة واحدة الاقل : B={(HHH),(HHT),(HTH),(HTT),(THH),(THT),(TTH)}**
٣. **الحادثة C ظهور كتابة في الرمية الأولى وصورة في الرمية الثانيه: C={(THH),(THT)}**
٤. **$A \cap B$ = {(HHH),(HHT),(HTH),(HTT)}**
٥. **$A \cup C$ = {(HHH),(HHT),(HTH),(HTT),(THH),(THT)**
٦. **$\bar{A} \cup \bar{B}$ = {(THH),(THT),(TTH),(TTT)**
٧. **$A \cap \bar{B} = \emptyset$**
٨. **$\overline{A \cap B}$ ={(THH),(THT),(TTH),(TTT)}**

• نظرية الاحتمالات

تعريف الاحتمالات :

يمكن تعريف الاحتمالات بطرق عديدة غير أن أبسطها "هو مقياس لامكانية وقوع حدث (Event) معين " وتستعمل كلمة احتمالات بشكل دائم في حياتنا اليومية مثل :

- **احتمال أن ينجح الطالب في مقرر دراسي**
- **احتمال نزول المطر اليوم**

وفي أحيان أخرى تستخدم كلمة احتمالات كلمة مرادفة لبعض الكلمات الأخرى مثل: ممكن ، غالباً ، مؤكد ، مستحيل

وقد ارتبط المفهوم التقليدي للاحتمال بألعاب الحظ لمدة طويلة ، وتختلف درجة إمكانية تحقق أي حادثة من شخص إلى آخر حسب خبرته والمعلومات المتوفرة لديه عن الحادثة

1- التجربة العشوائية Random Experiment :

هي تلك التجربة التي تكون جميع نتائجها معلومة مسبقا ولكن لا يمكن التنبؤ بحدوث أي من هذه النتائج بصفة مؤكدة مثلاً:

- **رمي حجر نرد مرة واحدة يعتبر تجربة عشوائية ، حيث نعلم جميع قيم نتائج التجربة وهي إما 1 أو 2 أو 3 أو 4 أو 5 أو ٦ ولكن لا يمكن تحديد أي الأرقام يظهر إلى الأعلى بصورة مؤكدة قبل إجراء التجربة**
- **رمي عملة معدنية مرة واحدة أو عدد من المرات يعتبر تجربة عشوائية معروف جميع نتائجها قبل أن تبدأ التجربة ، ولكن لا يمكن الجزم بظهور أي منها في رمية معينة .**
- **المشاركة في سباق الخيل لحصان معين يعتبر تجربة عشوائية فهو إما أن يفوز أو يخس أو يتعادل**

نستنتج من ذلك أنه في مثل هذه التجارب تكون النتائج التي نحصل عليها من تكرار للتجربة تتذبذب عشوائياً ومهما حاولنا التحكم بظروف التجربة فإن النتائج المتعاقبة ستتغير بشكل غير منتظم

2 - الحادث والفراغ العيني:

فراغ العينه: هو المجموعة الشاملة التي تحتوي على جميع النتائج الممكنة للتجربة العشوائية ويرمز له بالرمز Ωويطلق علية الحالات الممكنة Possible Cases

افترض أننا نقوم بإجراء تجربة ما كرمي زهرة النرد مثلاً ونلاحظ كل الناتج الممكنة وهي ظهور أحد الأوجه الستة 1 أو 2 أو 3 أو 4 أو 5 أو 6ونفترض أننا مهتمون بظهور رقم فردي أي 1أو 3أو 5 من التجربة وهكذا فإن عملية رمي الزهرة تسمى تجربة (Experiment) وظهور رقم فردي هو محل اهتمامنا يسمى حادثاً (Event) ومجموعة جميع الحالات الممكنة الظهور تسمى بفراغ العينه (Sample Space) ويلاحظ أن الحادث قد يكون حالة أو أكثر من الفراغ العيني .

الحادثة: هي مجموعة جزئية من فراغ العينة وتمثل مجموعة النتائج التي تحقق الحدث وتسمى أيضا الحالات المواتية Favorable Cases ء فمثلاً الحصول على رقم زوجي في تجربة رمي زهرة النرد مرة واحدة تكون الحادثة هي { 2 , 4 , 6} ، ويمكن أن تحتوي الحادثة على عنصر واحد أو أكثر .

أمثلة وتمارين :

أوجد فراغ العينة في كل من التجارب العشوائية التالي:

1 - رمي عملة معدنية واحدة

2 - رمي عملة معدنية مرتين

3 - رمي حجر نرد مرتين

الحل:

1 - عند رمي عملة معدنية مرة واحدة جميع النتائج الممكن الحصول عليها إما صورة H أو كتابة T، فيكون بالتالي فراغ العينة:

$$\Omega = \{H , T\}$$

2 - عند رمي عملة معدنية مرتين تكون جميع النتائج الممكن الحصول عليها إما صورة فر الرمية الأولى وصورة في الرمية الثانية أو صورة في الرمية الأولى وكتابة في الرمية الثانية أو كتابة في الرمية الأولى وصورة في الثانية أو كتابة في الأولى وكتابة في الثانية فيكون بالتالي فراغ العينة في هذه التجربة : O={(H,H), (H,T), (T,H), (T,T)}

3 - عند رمي حجر نرد مرتين (حجر النرد هو مكعب صغير كتب أو رسم على أوجهة الستة الأرقام من 1إلى 6) فتكون جميع النتائج الممكن الحصول عليها إما ظهور رقم ١ في الرمية الأولى ورقم 1 في الرمية الثانية أو رقم 1 في الرمية الأولى ورقم 2 في الرمية الثانية و هكذا ، فيكون بالتالي فراغ العينة في هذه التجربة:

Ω = {(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6),(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6),(3,1),(3,2),(3,3),(3,4)(3,5),(3,6),(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6),(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)}

كما يمكننا كتابة فراغ العينة في تجربة رمي حجر النرد مرتين على شكل جدول كالتالي:

X , y	1	2	3	4	5	6
1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6
4	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6
5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6
6	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6

مثال :

في تجربة رمي عملة معدنية ثلاث مرات، اكتب فضاء العينة لهذه التجربة وعبر عن الحوادث التالية:

١ - الحصول على H(صورة) مرة واحدة
٢ - الحصول على H(صورة) مرتين
٣ - الحصول على H(صورة) ثلاث مرات
٤ - عدم الحصول على H(صورة)

الحل

عند رمي عملة معدنية ثلاث مرات فيكون بالتالي فراغ العينة

$$\Omega = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\}$$

١ - ويمكن الحصول على الحادثة H (صورة) لمرة واحدة ونرمز لها بالرمز A1 كالتالي: A1= {HTT, THT, TTH}
٢ - ويمكن الحصول على الحادثة H(صورة) لمرتين ونرمز لها بالرمز A2 كالتالي. A2 = {HHT, HTH, THH}
٣ -ويمكن الحصول على الحادثة H(صورة) ثلاث مرات ونرمز لها بالرمز A3 كالتالي: A3 = {HHH}
٤ -ويمكن عدم الحصول على الحادثة H (صورة) ونرمز لها بالرمز A4 كالتالي: A4 = {TTT}

مثال :

في طريقك إلى الجامعة توجه إشارتا مرور ، ما هو فضاء العينة لتجربة ذهابك إلى الجامعة؟

الحل :

نفترض أنه عندما تكون الإشارة خضراء نرمز لها بالرمز G وعندما تكون حمراء فرمز لها بالرمز R فيكون بالتالي فضاء العينة كالتالي:

$$\Omega = \{GG, GR, RG, RR\}$$

مثال :

في تجربة رمي حجر نرد مرتين عبر عن الحوادث التالية بدلالة نقاط العينة والصفة المميزة؟

١ - الحصول على مجموع يساوي 7
٢ - الفرق بين العددين الناتجين يساوي القيمة المطلقة 1
٣ - الحصول على مجموع يساوي 9 على الأقل
٤ - الحصول على 1 في الرمية الأولى
٥ - الحصول على حاصل ضرب يساوي 6 على الأكثر
٦ - الحصول على مجموع أقل من أو يساوي 2

الحل :

يمكننا كتابة فراغ العينة في تجربة رمي حجر النرد مرتين على شكل جدول كالتالي

X , y	1	2	3	4	5	6
1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6
4	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6
5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6
6	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6

وإذا رمزنا للرمية الأولى بـ x والرمية الثانية بـ y فإنه يمكننا كتابة الحوادث المطلوبة في السؤال على النحو التالي:

1- الحصول على مجموع يساوي 7

- بطريقة سرد جميع العناصر بينهما فاصلة (طريقة نقاط العينة):

A={(1,6),(2,5) (3,4) (4,3) (5,2) (6,1)}

بطريقة الصفة المميزة: A={ (x,*y*) : x + y = 7 }

2- الفرق بين العددين الناتجين يساوي القيمة المطلقة 1

- بطريقة سرد جميع العناصر بينهما فاصلة (طريقة نقاط العينة) :

B= {(1,2), (2,1), (2,3), (3,2), (3,4), (4,3), (4,5) , (5,4), (5,6), (6,5)}

بطريقة الصفة المميزة : B={ (x,*y*): x - y =I 1 I }

٣- الحصول على مجموع يساوي 9 على الأقل:

- بطريقة سرد جميع العناصر بينهما فاصلة (طريقة نقاط العينة):

C = {(4,5), (4, 6) ,(5, 4), (5,5), (5,6), (6,3), (3,6), (6 , 4), (6,5), (6 ,6)}

بطريقة الصفة المميزة: c={ (X,y) : x + y ≥ 9)

4- الحصول على الرقم 1في الرمية الأولى:

نقول A على الاقل أي:
أقل عدد ممكن A والبقيه أكبر منه
نقول A على الاكثر أي:
أكثر عدد ممكن A والبقيه أقل منه

- بطريقة سرد جميع العناصر بينهما فاصلة (طريقة نقاط العينة):

D = {(1,1) ,(1,2), (1,3) ,(1,4) ,(1,5) ,(1,6)}

بطريقة الصفة المميزة : D = { (X,y) : x = 1}

5 - الحصول على حاصل ضرب يساوي 6 على الأكثر:

- بطريقة سرد جميع العناصر بينهما فاصلة (طريقة نقاط العينة):

E= {(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (3,2), (4,1), (1,6),(6,1),(5,1)}

بطريقة الصفة المميزة: E= { (X,y) : x * y ≤6)

6 - الحصول على مجموع أقل من أو يساوي 2

- بطريقة سرد جميع العناصر بينهما فاصلة (طريقة نقاط العينة): F= {(1,1)}

بطريقة الصفة المميزة: F= { (X,y) : x +y ≤2)

مثال:

عبر با لكلمات عن كل الحوادث الممثلة بالمجموعات الجزئية التالية من نقاط العينة:

- G={(1,1), (2,2) ,(3,3), (4,4) (5,5), (6,6)}
- H= {(1,1), *(2,1),* (1,2), (3,1) , (2,2) ,(1,3)}
- I = {(5,1), (1,5) ,(6,2), (2,6)}
- J={(1,4), (2,4), (3,4), (4,4), (5,4), (6,4)}
- K = {(2,2), (2,4), (2,6), (4,2), (4,4) ,(4,6), (6,2), (6,4), (6,6)}

الحل:

الحادثه	التعبير بالكلمات عن الحوادث
الحادثة G	تعني الحصول على نفس العدد في الرمية الأولى والرمية الثانية
الحادثة H	تعني الحصول على مجموع رميتين أقل من (5)
الحادثة I	تعني الحصول على فرقي بين الرميتين يساوي (4)
الحادثةJ	تعني الحصول على (4) في الرمية الثانية
الحادثة K	تعني الحصول على عدد زوجي في كك الرميتين

3 - الحالات الممكنة Possible Cases

هي الحالات أو النتائج المختلفة التي يمكن أن تظهر نتيجة لإجراء تجربة معينة ، فمثلاً عند رمي قطعة عملة تكون نتيجتها صور أو كتابة ، وعند رمي زهرة نرد تكون نتيجتها 1أو 2أو 3أو 4أو 5أو 6 فيقال أن عدد الحالات الممكنة 2 في حالة رمي قطعة العملة و 6 في حالة رمي زهرة النرد

4 - الحالات المواتية Favorable Cases :

هي النتائج أو الحالات التي تؤدي إلى تحقيق الحادث الذي هو موضع اهتمامنا، فإذا كان الحادث هو الحصول على رقم فردي في حالة رمي زهرة النرد فإن الحالات التي تحقق هذا الحادث هي الحصول على 1أو 3أو 5ء هذه الحالات الثلاثة تسمى الحالات المواتية

5 – الحالات المتماثله Egually Likely Cases

إذا كان لدينا عدة كرات معدنية مصنوعة من مادة واحدة متجانسة في الكثافة ولها نفس الوزن والحجم وضعناها في كيس وسحبنا كرة منها بعد خلطها جيدا فإن هذه الكرات تكون حالات متماثلة أي يكون لكل منها نفس النصيب في السحب

6 - الحوادث المتنافيه (Mutually Exclusive Events)

يقال عن الحادثين A و B أنهما متنافيان إذا استحال حدوثهما معا. فمثلاً عند رمي عملة معدنية لا يمكن الحصول على وجهين في وقت واحد.

7 - الحوادث المستقلة (Independent Events)

يعتبر الحادثين A أو B حادثين مستقلين إذا كان وقوع إحداهما أو عدم وقوعه لا يؤثر في وقوع الآخر. فمثلاً عند رمي قطعة عملة واحدة مرتين متتاليتين فإن نتيجة الرمية الثانية لا تتأثر بنتيجة الأولى.

8 - الحوادث الشاملة (Exhaustive Events):

تسمى الحوادث A , B , C ...... حوادث شاملة في تجربة ما إذا كان لابد من حدوث إحداها عند إجراء التجربة.

فمثلاً عند اختيار طالب من الجامعة لمعرفة حالته ما إذا كان مدخنا أو غير مدخن تعتبر هذه الحالات حوادث شاملة لأنه لابد للفرد أن يكون له صفة واحدة من هذه الصفات. كذلك فإن الحصول على العدد 1أو 2أو 3أو 4أو 5أو 6 عند رمي حجر النرد تعتبر حوادث شاملة لأنه لابد من حدوث إحداها .

اسئلة اختبار ١٤٣٢هـ

٢٠ / في طريقك إلى الجامعة توجد إشارتا مرور ، ما هو فضاء العينة لتجربة ذهابك إلى الجامعة ؟

أ - $\Omega = \{GG, GG, RR, RR\}$

ب - $\Omega = \{GG, GR, RG, RR\}$

ت - $\Omega = \{GG, GG, RG, RR\}$

ث - $\Omega = \{GG, GR, RR, RR\}$

طريقة الحل :
تخيل الإشارات: الاولى ممكن تكون حمراء و الثانية خضراء أو ممكن الاولى حمراء و الثانيه خضراء أو ممكن الاولى خضراء و الثانية خضراء أو الأولى حمراء و الثانية حمراء.
رُمز للأحمر R (Red) وللأخضر G (Green)

ملاحظه / لاحظوا ان الخيرات الغير صحيحه تتكرر فيها الاحتمالات مثلاً الاختيار (أ) احتمال ان تكون الثنتين خضراء تكرر مرتين وبقية الاختيارات الخاطئة نفس الشيء تكررت الاحتمالات فيها فممكن نحلها بمجرد النظر الي ما يوجد فيه تكرار

سؤال مشابه له أتى في اختبار ١٤٣٣هـ

الصياغة تختلف ولكن نفس المطلوب ونفس الحل

(٣٨/ نفرض أنه عندما تكون الإشارة خضراء نرمز لها بالرمز G وعندما تكون حمراء نرمز لها بالرمز R ، فإذا كان في طريقك إلى الجامعة توجد إشارتا مرور فيكون بالتالي فضاء ألعينه لتجربة ذهابك إلى الجامعة كالتالي) " نفس الخيارات السابقة ونفس الاجابه "

تابع أسئلة ١٤٣٢ هـ

٤٢ / الحوادث المتنافية هي تلك الحوادث التي :

أ - لا يمكن أن تقع معا في وقت واحد. ص ١٥

ب يمكن أن تقع معا في وقت واحد

ت مجموعة النتائج التي تحقق الحدث

ث تحتوي على جميع النتائج الممكنة للتجربة

من أسئلة ١٤٣٣هـ

٣/ A={a,b,c,d} تعني :

أ - ان المجموعة A تتكون من العناصر d,c,b

ب - ان المجموعة A تتكون من العناصر d,c,b,a

ت - ان المجموعة A تتكون من العناصر d,c,a

ث - ان المجموعة A تتكون من العناصر c,b,a

طريقة الحل :
A مجموعه وما بداخلها عناصرها والخيارات أ و ت و ث أنقصت العناصر، ص ٢

٤/ المجموعتان المتساويتان هما المجموعتان اللتان :

أ - تتساويان في عدد عناصرهما أي عدد عناصر A يساوي عدد عناصر B

ب -يكون كل عنصر من المجموعة A ينتمي ويساوي العنصر في المجموعة B والعكس الحل ص ٤

ت -يكون كل عنصر من المجموعة A ينتمي ولا يساوي العنصر في المجموعة B والعكس

ث - تكون عناصرها غير محدده

١١/ قذفت قطعة نقود معدنية ثلاث مرات فإن فراغ هذه ألعينه Ω يساوي :

أ - Ω={HHH,THT,HTH,HTT,THH,THT,TTH,TTT}

ب -Ω={HHH,THT,HTH,TTT,THH,THT,TTH,TTT}

ت -Ω={HHH,THT,HTH,HTT,THH,HHT,TTH,TTT}

ث -Ω={HHH,HHT,HTH,HTT,THH,THT,TTH,TTT}

طريقة الحل :مشابه لسؤال الاشارة، كتابة فراغ العينة والأسهل أننا ننظر للخيارات أما بتكون ناقصة أو مكرره وهو الأكثر مثل ب تكرر TTT مرتين، الحل في ص ١٠

١٣/ { x عدد صحيح ، $D=\{ x: 0 \le x \le 12$ من عناصر هذه المجموعة ما يلي:

أ - 18,16 , 14 , 12 , 10 , 8 , 6 , 4 , 2

ب -1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 , 10

ت - 13 , 12 , 11 , 10 , 9 , 8 , 7 , 6 , 5

ث - 17.5 , 15 , 12.5 , 10 , 7.5 , 5 , 2.5

الأعداد المطلوبة :
- صحيحة أي لا تحتوي على كسور
- وتقع بين ٠ و ١٢
ص ٢ لكن ما فيه حل

١٤ / أي من المجموعات التالية تعبر عن المجموعة المتكافئة :

أ -A={1,3,5,7} , B={1,5,7}

ب -A={0,1,2} , B={a,b,c}

ت -A={0,1,2,3} , B={a,b,c}

ث -A={5,7} , B={1,5, 7}

من التعريف:
المتكافئ يعني عدد عناصر المجموعتين نفس العدد هنا ٣ عناصر في كل مجموعه
لاحظوا الفرق بينها وبين المتساوية ، الحل ص ٤

٧/ الحادثة { A= { (x,y) : x+ y = 7 تعني:

أ - A={(1,6) ,(3,5) , (3,4),(4,3),(5,2),(6,1)

ب -A={(1,6),(2,5),(4,4),(4,3),(5,2),(6,1)

ت -A={(1,6),(2,5),(3,4),(4,3),(5,3),(6,1)

ث -A={(1,6),(2,5),(3,4),(4,3),(5,2),(6,1)

يعني أن العنصر X + العنصر y = ٧
الحل ص ٣

٢٦ / التجربة العشوائية هي :

أ - التجربة التي تكون جميع نتائجها معلومه مسبقاً ولا يمكن التنبؤ بحدوث أي من هذه النتائج بصفة مؤكده

ب - التجربة التي تكون جميع نتائجها غير معلومه مسبقاً ولا يمكن التنبؤ بحدوث أي من هذه النتائج بصفة مؤكده. الحل ص ١١

ت - التجربة التي تكون جميع نتائجها معلومه مسبقاً و يمكن التنبؤ بحدوث أي من هذه النتائج بصفة مؤكده

ث -هي التجربة التي تكون جميع نتائجها غير معلومه مسبقاً و يمكن التنبؤ بحدوث أي من هذه النتائج بصفة مؤكده

٣٦/إذا كان لدينا البيانات التالية:

A={1,2,3,x,y} و B={3,4,5,x,w} و كانت المجموعة الكلية U={1,2,3,4,5,w,x,y,z}

من خلال البيانات السابقة فإن قيمة A ∪ B تساوي:

أ - A ∪ B = {1,2,3,4,5,x,y,w,z}

ب -A ∪ B = { 1,2,3,4,5}

ت -A ∪ B = {1,2,3,4,5,x,y,w}

ث -A ∪ B = { 3,4,x,y,w}

A اتحاد B أي نجمع عناصرهما بين قوسين بدون الكليه
الحل ص ٥

٣٧/ من خلال البيانات السابقة فإن قيمة A ∩ B تساوي:

أ - A ∩ B = {3,x}

ب -A ∩ B = { 4,x}

ت -A ∩ B = { 3,y}

ث -A ∩ B = { 4,x}

A تتقاطع مع B أي الاعداد المشتركه بين A و B الحل ص ٥

٢٤/ الحادثة التاليه (H) والممثله بالمجموعة الجزئية من نقاط العينة :
H= { (1,1) ,(2,1) , (1,2) , (3,1) , (2,2) , (1,3)} تعني بالكلمات ما يلي :
أ - الحصول على عدد زوجي في كلا الرميتين
ب -الحصول على نفس العدد في الرمية الأولى والرمية الثانية
ت - الحصول على مجموع رميتين أقل من (٥) الحل ص ١٥
ث -الحصول على فرق بين الرميتين يساوي (٤)

١٧ / عند إلقاء قطعة نرد سليمة مرة واحدة فان فراغ العينة يساوي :

أ - ٢٤ حالة
ب - ٦ حالات
ت - حالة واحدة
ث - ١حالة

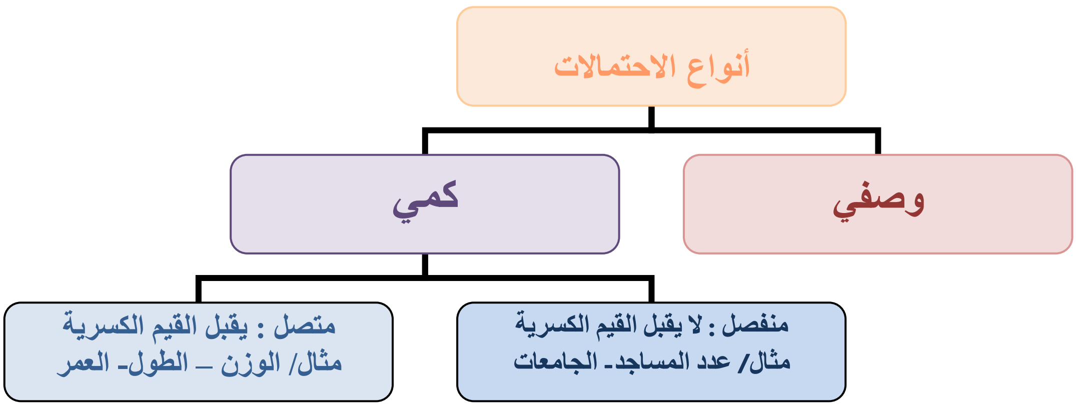
من التعريف ص ١١ (شرح سهل لإيجاد فراغ العينه " هنا رميت قطعة نرد واحده و لها ٦ أوجه ورميت مره واحده إذا نقول ٦ أس ١ وهكذا لو انها رميت مرتان نقول ٦ اس ٢ ولو انها قطعتا نرد نقول ١٢ أس ١)

٢٨ / عند إلقاء قطعة عملة سليمة ٥ مرات فإن فراغ العينة يساوي :

أ - (عدد غير واضح) حالات
ب - ١٥ حالة
ت - ٣٢ حالة
ث - ٢٩ حالة

طريقة حلها قطعة النقود لها وجهان وهنا رميت ٥ مرات ٢ أس ٥ = ٣٢

* انواع الاحتمالات



- **نظرية الاحتمالات**:

الحرف(أ)، يتكرر(م) من المرات، في التجربة(ن) فإن احتمال وقوع(أ) هي:

$$ح(أ) = \frac{م}{ن}$$

أو $\dfrac{\text{عدد الحالات المواتية}}{\text{عدد الحالات الممكنة}}$ ، $P(A)\ \dfrac{N_A}{N_\Omega}$

عند تكرار التجربه يثبت التكرار النسبي

أسئلة اختبار ١٤٣٢هـ

٤١) صندوق بداخلة ٢٠ ورقة متماثلة في الشكل واللون مرقمة من ١ إلى ٢٠ اختيرت من الصندوق ورقة رقم واحدة عشوائية ما هو احتمال أن يكون رقم زوجي؟

المجموع الكلي للأعداد أو (الاحتمالات) = ٢٠

الإعداد الزوجية التي تقع بين ١ و ٢٠ = ١٠ وهي

{٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ ، ١٢ ، ١٤، ١٦ ، ١٨ ، ٢٠}

∴ ١٠ ÷ ٢٠ الاختيار الأخير

٢٦) صندوق بداخلة ٢٠ ورقة متماثلة في الشكل واللون مرقمة من ١ إلى ٢٠ اختيرت من الصندوق ورقة واحدة عشوائياً ما هو احتمال أن يكون عليها رقم يقبل القسمة على ٣؟

المجموع الكلي للاحتمالات = ٢٠

الإعداد التي تقبل القسمة على ٣ = ٦ وهي {٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٢ ، ١٥ ، ١٨ }

∴ ٦ ÷ ٢

أسئلة اختبار ١٤٣٣هـ

٤٠) رمي حجر نرد مرة واحدة فإن احتمال الحصول على رقم($P(A > 2)$ يساوي ؟

- الأعداد في حجر النرد من ١ إلى ٦ .
- والأعداد التي اكبر من ٢ هي ٤ أرقام {٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ }

∴ ٤ ÷ ٦ فقرة ج الحل في ص ١٧ ملخص ورود

& الاحتمالات تقع بين صفر وواحد:

إذا كان حاصل القسمة = ١ فإنه احتمال مؤكد وإذا كان حاصل القسمة= صفر فإنه احتمال مستحيل

* أنواع الحوادث

١-حادث بسيط:

أي حدث واحد فقط(مثل السابق)، (عدد زوجي، مهندس، صورة)لا يمكن توزيعها لحوادث فرعية يحسب بـ $\frac{م}{ن}$ ، $PA\left(\frac{N_A}{N_\Omega}\right)$

٢- حوادث مركبة:

أي عدت حوادث مثل احتمال أن يكون لدينا مهندس أو اقتصادي، احتمال وجود مهندس يحمل شهادة الدكتوراه، احتمال أن يكون طالبا ومتزوج.

الحوادث المركبة تحسب بقانونين:

قانون الجمع و قانون الضرب

قانون الجمع	
١- حوادث متنافية:	٢- حوادث غير متنافية:
هي الحوادث التي لا يمكن أن تقع معاً في وقت واحد. مثـــــــال: إذا رميت عملة وظهرت صورة هذا ينفي ظهور الكتابة. القانون: ح(أ+ب)=ح(أ)+ح(ب) $P(AUB)=P(A)+P(B)$ ،	هي الحوادث التي يمكن أن تقع معا. مثـــــــال: اختيار مهندس لا ينفي أن يكون متزوج. القانون: ح(أ+ب)=ح(أ)+ح(ب)-ح(أ+ب) $P(AUB)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ ،

من أسئلة اختبار ١٤٣٢هـ

٢- يتكون مجلس إدارة إحدى الشركات من ٥ محاسبين و٧ مهندسين و٣ اقتصاديين اختبر ما هي الطريقة وما هو احتمال إن يكون من تم اختيارهم محاسب أو اقتصادي.

* دائما كلمة أو تعني جمع، هو حدثين(محاسب ، اقتصادي) ∴مركب+ لا يمكن اختيارهم في نفس الوقت ∴ متنافية

القانون: ح(أ+ب)=ح(أ)+ح(ب)

الحل:ح(٥+٣)=ح(٥)+ح(٣) ⇐ $\frac{٥}{١٥}+\frac{٣}{١٥}=\frac{٨}{١٥}$

١٥ هي مجموع أعضاء مجلس الإدارة

٩- صندوق بداخلة ٢٠ ورقة متماثلة في الشكل واللون مرقمة من ١ إلى ٢٠ اختيرت من الصندوق ورقة رقم واحدة عشوائياً ما هو احتمال أن يكون عليها رقم يقبل القسمة على ٣ أو ٧؟

أو يعني جمع ، حدثين(٣ ، ٧) ∴ مركب، لا يمكن أن يكون هناك أعداد تقبل القسمة على ٣ و ٧ معا في الأعداد التي تقع بين ١ و ٢٠ ∴ متنافية.

القانون: ح(أ+ب)=ح(أ)+ح(ب)

الحل: الأعداد التي تقبل القسمة على ٣ وهي بين ١ و ٢٠ :
{٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٢ ، ١٥ ، ١٨ } عددهم ٦.

الأعداد التي تقبل القسمة على ٧ وتقع بين ١ و ٢٠ :{ ٧ ، ١٤ } عددهم ٢.

ح(أ+ب)=ح(أ)+ح(ب) $\frac{٦}{٢٠}+\frac{٢}{٢٠}=\frac{٨}{٢٠}$

من أسئلة ١٤٣٣هـ

٢٧- وهو نفس السؤال من أسئلة ١٤٣٢هـ السابق حله ولكن اختلفت الخيارات أنه وضع ناتج القسمة أي قيمة $\frac{٨}{١٥}$ بعد القسمة وهي= ٠,٥٣٣

قانون الضرب	
١- مستقلة:	٢- غير مستقلة:
هي الحوادث التي لا توثر ولا تتأثر بغيرها من الحوادث. مثـــال: ذهاب الأب والابن إلى الحديقة لا يؤثر ذهاب أحدهم على الآخر. القانون: احتمال حدوث أ و ب ويعني ضرب ح(أ ب) = ح (أ)×ح(ب)	هي الحوادث التي توثر و تتأثر أو هي الحوادث التي تعتمد احدهما على الآخر. مثـــال: احتمال ذهاب الابن بشرط ذهاب الأب. القانون: ح(أ ب) = ح (أ)×ح(أ /ب) / (تعني بشرط) في منهجنا اسمه الاحتمال الشرطي ص ٢١ من محتوى ورود

مثـــال: إذا كـــان أحتمال نجاح طالب في مقرر الرياضيات 46, وأحتمال نجاحه في مقرر الحصاء والرياضيات معاً 32, فما هو أحتمال نجاحه في مقرر الأحصاء؟علماً بأنه نجح في مقرر الرياضيات.

الحل: أحتمال الرياضيات (A) ، واحتمال الاحصاء (B)

ح (A) = 64,   ،   ح(BA)= 32,   ،   ح(B) = ؟

ح(BA)= ح(A) × ح (A/ B)

32, = 64, × ح (A/ B)

ح (A/ B)=   = $\frac{,23}{,64}$,5

من أسئلة ١٤٣٢هـ

١٢- إذا كان احتمال نجاح أحمد في المحاسبة هو 8 واحتمال نجاح خالد في المحاسبة 6 فما هو احتمال نجاح أحمد وخالد معا في المحاسبة(x أحمد ، Y خالد).

و ∴ ضرب

نجاح خالد لا يشترط نجاح أحمد

∴ح(أب)= ح(أ) ×ح(ب)

أخر خيار $P(XY)=P(X)\times P(Y)=0.8\times 0.6=0.48$

٦- إذا كان $P(XY)=P(X)P(\frac{Y}{X})$ فإن X,Y تسمى حوادث ؟

غير مستقلة

من أسئلة ١٤٣٣هـ

٤٢- عنـد رمـى عملـة متوازنـة مـرتين فـإن النـواتج الممكنـة هـيTT,TH,HT,HH وإذن قيمة(P (IH تساوي:

مشابه لمثال ص ٢٣ ، ما فهمت السؤال والراجح الاختبار أ

٤٥- نفس السؤال ١٢

- **فراغ العينه**

التعريف:

- هو عدد الحالات الكلية لتجربة.

مثـــــــال:

إذا قيل رميت عملة مرة واحد   ∴ فراغ العينه = ٢

العملة فيها وجهان صورة وكتابة وهي الحالات الكلية

إذا قيل رميت ثلاث مرات

∴ فراغ العينه = $٢^{٣}$

وإذا قيل رميت خمس مرات

∴ فراغ العينه = ٢^٥

وهكذا إذا كان حجر نرد نضع(٦) بدل(٢) والأُس حسب عدد الرميات.

من أسئلة ١٤٣٢هـ

١٧- عند إلقاء قطعة نرد سليمة مرة واحدة فقط فإن فراغ العينه يساوي:

٦ حالات

لأنها ٦ أوجه وهي المحتمل أن تظهر إذا حذفت مرة واحدة ∴ ٦^١

٢٨- عند إلقاء قطعة عملة سليمة ٥ مرات فإن فراغ العينه يساوي ٣٢ حالة.

العملة فيها وجهين ورميت خمس مرات ∴ ٢^٥ = ٣٢.

* المتوسط الحسابي والتباين

ملاحظة:

الوسط الحسابي إذا كان لعينة يرمز له $\bar{x}$

أما إذا كان لمجتمع يرمز له μ ويسمى ميو

المتوسط الحسابي: هو قيمة متوقعة.

التباين: أي التشتت والتباعد.

- الوسط الحسابي يرمز له بالرمز μ وهو مجموعة قيم س (احتمالاتها)

μ =مج س × ح(س) أو $\mu = \sum x_1 f(x_1)$

التباين:

σ^2 = مج س^٢ ×ح(س)- (μ)^٢

أو $\sigma^2 = \Sigma \times i^2\ f(xi) - \mu^2$

يرمز لتباين σ^2 (يسمى سجما)= مجموعة قيمة س^٢ × احتمال س – المتوسط الحسابي^٢ .

الانحراف المعياري:

$\sqrt{\sigma^2}$

معامل الاختلاف النسبي:

$$c.v = \frac{\sigma}{\mu} \times 100$$

س: هي المتغير حسب ما وجد في السؤال ومن الممكن أن نكون سالبة

ح(س): لا يمكن أن يكون عدد سالب وإذا كان يساوي الصفر ∴ مستحيل

وإذا كان يساوي ١ ∴ مؤكد

مجموع ح(س)لابد أن يكون يساوي١

مثـــــــــال:

س	ح(س)	س ح (س)	$س^٢$ ح(س)
0	0.16	0	0
1	0.48	0.48	0.48
2	0.36	0.72	1.44
Σ	1	1.2	01.92

المطلوب: الوسط الحسابي والانحراف المعياري ومعامل الاختلاف النسبي.

١ نكمل الجدول(س ح (س)، $س^٢$ح(س)).

٢ الوسط الحسابي هو قيمة مجموع س ح (س)=1.2

٣ الانحراف المعياري من التباين لأخذ جذره، التباين= 1.92-$(1.2)^2$=48 وبأخذ الجذر=0.692

٤ معامل الاختلاف $= \frac{0.692}{1.2} \times 100 = 57.7$

- **التوزيعات الاحتمالية**

توزيعات متقطعة مثل: لا تقبل الكسور مثل عدد الأطفال عدد الطلاب

أ - توزيع ذو الحدين.

ب - توزيع بوسون.

توزيعات متصلة مثل: الأطوال والأوزان والأعمار.

أ - التوزيع الطبيعي.

& توزيع ذو الحدين:

يكون الاحتمال احتمالين فقط مثل(متزوج- غير متزوج)(صوره، كتابه)(مدخن، غير مدخن) الناتج يكون احد الأمرين فقط لا ثالث لهما.

من أسئلة اختبار ١٤٣٢هـ:

س٣٣/ تصنيف عينة من العمال إلى مدخن وغير مدخن هي تجربة خاضعة لتوزيع:
توزيع ذو الحدين: لأنه اختيارين لا ثالث لهما.

من أسئلة ١٤٣٣هـ

١٧/ يستخدم هذا التوزيع في الحالات التي يكون للظاهرة محل الدراسة نتيجتان فقط متنافيتان:
ب) ذو الحدين.

قانون احتمال ذو الحدين:

ح(س)= ن ق $_{س}$ × $(ل)^{س}$×$(١-ل)^{ن-س}$

أو $P(X) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x}$

ملاحظة:
(ق) توافق **ncr**،(ل) مقدار ثابت وهو احتمال وقوع الحدث.
إذا كانت(ل) مجهولة فإن قيمتها= $\frac{1}{2}$ ومن الممكن تطبيق قانون المتوسط السابق.

قانون القيمة المتوقعة لذو الحدين(أو المتوسط الحسابي)

μ=ن×ل

أو $\mu = np$

التباين: σ^2=ن×ل×(١- ل)

الانحراف المعياري:

$\sigma = \sqrt{np(1-p)}$ أو $\sqrt{\sigma}$

ل قيمة الاحتمال في ذو الحدين أما تكون معطاة في السؤال أو تعوض مباشرة في القانون وإن لم تعطي الاحتمال في ذو الحدين فهو قيمة ثابتة= $\frac{1}{2}$، والسبب أن ذو الحدين يكون له احتمالين فقط فيقسم بالمنتصف بينهم.

- قانون الاحتمال و المتوسط والتباين والانحراف لذو الحدين نفس قانون المتوسط الحسابي السابق لو عوضنا في احد القانونين يعطينا نفس الناتج.

يتحدد شكل توزيع ثنائي الحدين وفقا لقيمة احتمال النجاح كما يلي:

- إذا كان $p = .5$ فإن التوزيع الاحتمالي ثنائي الحدين يكون متماثل.
- إذا كان $p < .5$ فإن التوزيع الاحتمالي ثنائي الحدين يكون موجب الالتواء.
- إذا كان $p > 0.5$ فإن التوزيع الاحتمالي ثنائي الحدين يكون سالب.

علما بأن الاحتمالات نتائجها بين ١ وصفر(أي لا توجد قيم سالبة).

مثـــــــال:

باستخدام توزيع ذو الحدين يمكننا إيجاد احتمال الحصول على ٤ صور في ٦ رميات لعملة متوازنة.. ممكن حالها بالقانونين:

ح(س)= ن ق $_{س}$ × (ل)^{س}×(١-ل)$^{ن-س}$

أو $P(X) = \frac{ni}{xi(n-x)i} p^x (1-p)^{n-x}$

الاحتمال =

ح(٤)= ^{٦}ق $_{٤}$ × ($\frac{١}{٢}$)^{٤}×(١- $\frac{١}{٢}$)^{٢}=١٥×٠,٠٦٢٥×٠,٢٥= $\frac{١٥}{٦٤}$=٠,٢٣

($\frac{١}{٢}$ ثابت في ذو الحدين إذا لم يذكر)

المتوسط الحسابي: μ=ن×ل

٦ × $\frac{١}{٢}$ =٣

الانحراف المعياري= $\sqrt{\text{ن×ل(ل-١)}}$ أو $\sqrt{\mu\ \text{(ل-١)}}$

$\sqrt{٣(\frac{١}{٢}-١)}$= $\sqrt{\frac{٣}{٢}}$= ١,٢٢

من أسئلة اختبار ١٤٣٢هـ

س٣٥/ عندما يكون معامل الارتباط= -١,١٦ فإن العلاقة:
قيمة خاطئة لأنها معامل الارتباط يقع بين القيمة ١ و صفر y يمكن أن تكون سالبة.

من أسئلة ١٤٣٣هـ

٢٩/باستخدام توزيع ذي الحدين فإن احتمال الحصول على ٤ صور في ٦ رميات لعملة متوازنة
الحل/ نفس المثال السابق.

- **توزيع بوسون**

(توزيع متقطع) وحالة خاصة من ذو الحدين.
توزيع بوسون يخضع لنفس شروط ذو الحدين إلا أن بوسون يشترط (أن تكون قيمة ن أكبر من ٣٠(حجم التجربة أوالعينة)+ أن قيمة ل < ٠,١)
ويجب أن يقع الشرطان معا وإلا نطبق قانون ذو الحدين.
قانون بوسون للاحتمالات الضعيفة مثل: احتمال وقوع حادث أو خطأ الطباعة في كتاب احتمال وقوع حريق في حي(١ من ١٠٠).

قانون بوسون

$$ح(س)= \frac{هـ^{-م} \times م^{س}}{س!} \quad أو \quad p(x)=\frac{e^{-u}\times u^{x}}{x!}$$

م/ هي متوسط عدد مرات وقوع الحدث إذا كانت م مجهولة نجدها بطريقة ن × ل .
هـ/٢,٧١٨ قيمة ثابتة من الآلة الحاسبة رمزها e ، س / المطلوب(المتغير)
المتوسط الحسابي لبوسون(أو القيمة المتوقعة).

$\mu =$ م

التباين:

$\sigma^2 =$ م ، م=ن×ل

بوسون توزيع
كمي منفصل

في البوسون المتوسط الحسابي = التباين= م

من أسئلة اختبار ١٤٣٢هـ:

س٢٣/ من خصائص توزيع بواسون أنه:
- منحنى ملتوي التواء موجب

س٣٨/ من العوامل المؤثرة في قيمة معامل ارتباط بيرسون:
- طبيعة العلاقة وحجم العينة. (هناك إجابتين صحيحة)
- القيمة المتوقعة= التباين.

التوزيعات المتصلة

بعض التوزيعات الاحتمالية المتصلة التي لها دوال كثافة احتمال محدده:

- التوزيع الطبيعي.
- التوزيع المقياسي المعياري.
- توزيع t

& التوزيع الطبيعي:

مميزاته: أكثر التوزيعات الاحتمالية المتصلة استخداما في النواحي التطبيقية.

تعريفه: هو توزيع احتمالي متصل، جرسي الشكل متماثل حول الوسط الحسابي يمتد إلى ما لا نهاية.

خصائصه:

- ناقوسي الشكل، توزيع متصل.
- يصل المنحى إلى القمة عندما تكون قيمة × = الوسط الحسابي.
- عند قمة المنحنى الوسيط = المنوال= الوسط الحسابي.
- عند قمة المنحنى إلى ما لا نهاية فلا يتلقيان مع المحور الأفقي.
- إجمالي المساحة تحت المنحنى أي احتمال وهي=١
- مساحات مهمة مثل المساحة بين

$\mu \pm \sigma = .68$ ،

$\mu \pm 2\sigma = .95$ ،

$\mu \pm 3\sigma = .99$

ولان قانون التوزيع الطبيعي صعب التطبيق فإننا نلجأ إلى التوزيع الطبيعي القياسي(المعياري):

القانون: $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$ أو ى= $\frac{\text{س} - \mu}{\sigma}$

وهي تجريد القيم من الوحدات(سم،كم،ملم) أي قياس.

اختصار طريقة الحل في مسائل في التوزيع الطبيعي:

- إذا أتى السؤال مباشر مثل أوجد احتمال أن (Z أكبر أو اصغر منX)طريقة الحل هي إيجاد قيمة x من الجدول ونطرح منها ١.

مثـــــــــال:

أوجد احتمال أن يكون أكبر Z من 1.64(من الجدول الطبيعي)

إذا كان العدد المكتوب بعد الفاصلة من عشرة(يعني واحد فقط) أو صفر فنوجد قيمته عند الصفر بمعنى أن يكون العدد 1.6 فنجد القيمة من جدول Z 1.6 عند الصفر ولكن هنا فيه عدد أخر مائة فنوجد قيمة 1.6 عند 0.04 وهي 0.9495-1 = 0.0505(دائما نطرح١)

- إذا كان احتمال Z بين قيمتين مثل(أوجد احتمال أن تقع Z بين X_1 و X_2)

طريقة الحل: هي إيجاد قيمة $X_1 + X_2$ من الجدول ثم ـ١(مثل سابقتها إلا أن بعض تمارينها يضاف لها فكرة في السؤال)

مثال:

افترض أن إدارة المرور بالاحساء وضعت جهاز للرادار على طريق الدمام عند مدخل المبرز وذلك لضبط السيارات المسرعة في فترة معينة من اليوم افترض أن X تمثل السرعة في الساعة للسيارة التي تمر بمدخل المبرز في فترة عمل الرادار إذا كانت تتوزع توزيعاً معتدلا وسطه الحسابي ٦٠ ميلاً وتباينه ٢٥ ميلاً أوجد نسبة السيارات التي تكون سرعتها بين 60ميلاً و 77.45 ميلاً في الساعة.

الحل:

١ـ نلاحظ أن المعطى التباين وليس الانحراف المعياري .

$\therefore$ الانحراف = $\sqrt{25}$

٢ـ $(60 \le \times \le 77.45)$ ، $z=\dfrac{\mu - x}{\sigma}$

$60=\mu$ $\qquad \sqrt{25}=\sigma$

$$0=\frac{60-60}{\sqrt{25}} \qquad 3.49=\frac{77.45-60}{\sqrt{25}}$$

قيمة 0 في الجدول $z=.5$. وقيمة 3 عند 0.4 في الجدول $z=.998$.

(ليش قلنا قيمة 3 عند 0.04 لأن أخر قيمة في جدول z و3 فنأخذ 0.04 وعاموديا ٣ أفقي أما بقية أرقام فكما في المثال السابق)

نستكمل الحل: $.5+.9988=.4988-1=.4988$.

من أسئلة اختبار ١٤٣٢هـ:

٢١ـ إذا كان متوسط الدرجات في اختبار الإحصاء ٧٠ درجة في انحراف معياري ١٠ درجات وعلى فرض أن الدرجات متغير عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي اختير احد الطلاب عشوائياً ما هو احتمال أن يكون حاصلاً على أكثر من ٨٠ درجة؟ مكتوب أكثر من ولو كانت على الأكثر لكانت الإشارة أصغر من.

$(x>80)$ ، $z=\dfrac{\mu - x}{\sigma}$

$$z=\frac{80-70}{10}=1$$

ومن جدول z فإن $1 = .8413$.

الناتج فقرة ب

علما بأن في التمارين يطرح ١ من هذه القيمة أي $.8413 - 1 = .1587$.

هذا الناتج المفروض يكون(نفس الفكرة موجود في ص ٤٣)

س٢٤/ عندما يتساوى الوسط الحسابي والمنوال والوسيط فإن منحنى التوزيع يكون:

متماثل (توزيع طبيعي)

& **توزيع t ستيودنت**:

هو متغير عشوائي متصل يقيس المتغيرات الصغيرة التي أقل من ٣٠

خصائصه:

- يتحدد بمعلميه واحدة وهي درجة الحرية.
- في الاشتقاق لا نحتاج إلى الانحراف المعياري.
- شكل القانون $t = x - \mu /(s/n)$

طريقة الحل من الجدول، إذا قال بذيل يعني ون تال وبذلين توتال ننظر للعدد في الأعلى.

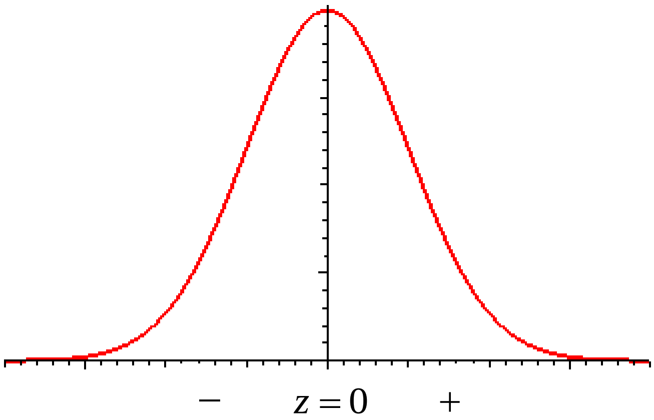
*شرح الدكتور سلطان في التوزيع الطبيعي

١/ تطبيق القانون

$$z = \frac{\mu - x}{\sigma}$$

٢/ نأخذ الناتج ونمثله على المنحنى

وتمثيله(القيم الموجبة جهة اليمين والقيم السالبة جهة اليسار)



يجب مراعاة الإشارة > ، <

إذا كان المطلوب في الجهة على اليمين ∴ 5. نطرحه من القيمة وإذا كان المطلوب في جهة اليسار -5.من الناتج.

الاستنتاج الإحصائي(أو تحليل إحصائي)

(متوسط أو نسبه)

هو استنتاج معلومات تخص المجتمع عن طريق عينه أو تعميم معلومة تخص عينه على المجتمع

له قسمان:

١/ نظرية التقدير الإحصائي.   ٢/اختبارات الفروض.

نظرية طرق التقدير:

تعميم قيمة عينة على المجتمع: مثل عدد البطالة في المجتمع نأخذ عينة من المجتمع ونجري عليها الدراسة ثم نعممها.

تنقسم إلى قسمين:

أ - التقدير بنقطة(وحيد القيمة).   ب- التقدير بفترة ثقة.

أ- التقدير بنقطة:

يعمم القيمة في العينة على المجتمع مثل متوسط عمر الفرد في المجتمع نأخذ عينة ونجري عليها دراسة ونعممها. $\mu = \bar{\text{س}} \leftarrow$ متوسط العينة المعلومة.

ب- التقدير بفترة ثقة: وهي أدق من السابقة وهي المعمول بها.

وهي تقيس النسبة أو المتوسط بين قيمتين حد علوي وحد سفلي(أعلى وأدنى) وهو ناتج عن الخط العشوائي أو خطأ العينة.

أولا: تقدير متوسط المجتمع بفترة الثقة:

القانون $\mu = \bar{\text{س}} \pm \text{ى} \frac{\text{ع}}{\sqrt{\text{ن}}}$ $\bar{\text{س}}$ { وسط حسابي}، ع { الانحراف المعياري}

+ الحد الأعلى ،- الحد الأدنى،ن{ حجم العينة}

ى ∴ لها قيم ودرجات معيارية شائعة الاستخدام: عند مستوى ثقة:

٩٠% ⇐ ى = ١,٦٤ ، ٩٥% ⇐ ى = ١,٩٦ ، ٩٩% ⇐ ى = ٢,٥٨

من أسئلة اختبار ١٤٣٢هـ

س١٣/ في أحدى الشركات سحبت عينة من ١٠٠ موظف وكان متوسط العمر ٣٢ سنة بانحراف معياري ٥ سنوات قدر متوسط العمر للموظف في هذه الشركة بدرجة ثقة ٩٥%:

ن=١٠٠ ، $\bar{\text{س}}$ = ٣٢ ، ع=٥ ، ى ⇐ 90 = 1.96

القانون = $\mu = \bar{\text{س}} \pm \text{ى} \times \frac{\text{ع}}{\sqrt{\text{ن}}}$

$$\mu = 32 \pm 1.96 \times \frac{5}{\sqrt{100}}$$

μ = ٣٢ ± ١,٩٦×٠,٥

μ = ٣٢ ± ٠,٩٨] ٣٢,٩٨ ، ٣١,٠٢

ثانيا: تقدير النسبة في المجتمع بفترة الثقة:

القانون: $ل = \hat{ل} \mp ى \sqrt{\frac{\hat{ل}(1-\hat{ل})}{ن}}$

$\hat{ل}$ = حجم العينة ، $ل$ في المجتمع

ي لها قيمتان:

ى ⇐ ٩٥% = ١,٩٦ ، ى ٩٩% ⇐ ٢,٥٨

س١١/ في جامعة الملك فيصل اختارت عينة من ٢٠٠، كان عدد المنتسبين بها ٥٠ طالب قدر نسبة الطلاب المنتسبين في الجامعة بدرجة ثقة ٩٥%.

القانون: $\hat{ل} \mp ى \sqrt{\frac{\hat{ل}(1-\hat{ل})}{ن}}$

ن= ٢٠٠ ، ى = ١,٩٦، ل=؟ ⇐ $\frac{س}{ن}$ ⇐ س=٥٠ $\therefore \frac{50}{200} = .25$

$.25 \pm 1.96 \sqrt{\frac{.25(1-.25)}{200}}$ ⇐ $.25 \pm 1.96 \times .0306$

0.25 ± 0.05997 → 0.30997 ← بالتقريب = ٠,٣١

0.19

ثالثا: تقدير الفرق بين متوسطي مجتمعين بفترة ثقة.

قياس الفرق بين متوسطين لمجتمعين مثل الفرق بين متوسط عمر الرجال ومتوسط عمر النساء، متوسط أجور عمال مصنع الأثاث وأجور عمال مصنع الملابس.

القانون: $\mu_2 - \mu_2 = (\bar{س}_1 - \bar{س}_2) \mp ى \sqrt{\frac{ع_1^2 + ع_2^2}{ن_1 + ن_2}}$

علما أن ع² هو التباين

رابعا: تحديد حجم العينة:

مرتبط بالدقة والتكلفة كلما كانت التكلفة أكبر كانت الدقة أكثر.

* حجم العنيه يحدد في ثلاث معايير.

١- (درجة التباين الظاهرة في المجتمع)

إذا كانت العينة متباينة نأخذ عينة كبيرة.

علاقة طردية.

٢ -الخطأ في التقدير:

العلاقة عكسية بين حجم العينة وخطأ التقدير، كلما أردنا اختيار عينة نسبة الخطأ فيها كبيرة نأخذ عينة صغيرة يرمز لها (ل).

حجم العينة ن لإيجاد نوعين:

حجم العنيه لتقدير متوسط المجتمع

$$ن = \frac{ى^{١} \times \sigma^2}{د^{٢}}$$

د^{٢} هو خطر التقدير

حجم العينة لتقدير نسبة حدوث صفة ما في المجتمع

$$ن = \frac{ى^{١} \times ل \times (١ \times ل)}{د^{٢}}$$

ل تكون معطاة وإذا لن تعطى نضع 0.5

من أسئلة اختبار ١٤٣٢هـ

س٣٦/ يتناسب حجم العينة مع خطأ التقدير تناسبياً:

عكسيا

س٤/ يتناسب حجم العينة مع تباين المفردات في المجتمع σ^2 تناسبياً

طردياً

س١٤/ في فترة الثقة ٩٥% فإن قيمة الدرجة المعيارية.

١,٩٦

* اختبارات الفروض الإحصائية

القرار الإحصائي:

هو قرار يتخذه صاحب القرار بعد أجراء تجربة عشوائية على عينة ليرفع من مستوى أدائها ويقرر بعد أن يتثبت من صحة تجربته(يتخذ قرار أي من المؤثرات أفضل)

(مثل صاحب شركة يريد تحفيز عمالة أما أن يزيد رواتبهم أو مكافآت أو الخ..)

الفروض الإحصائية:

مؤشرات خاص بالمجتمع.

- الفرض العدمي: هو عدم تأثير القرار أو المؤثرات.
- الفرض البديل: هو أن المؤثرات لها تأثير فعال.

وسيلة الاختبار الإحصائي:

طريقة لقبول أو رفض الفرض العدمي(القانون الذي ممكن أن نحدد فيه هل نقبل أم نرفض)

مستوى المعنوية:

يبعد أخذ القرار بعد القبول أو الرفض يضع الباحث حدود للخطأ مسموح بها وممكن أن يتقبلها.(هو رفض الفرض العدمي a إلا أنها صحيحة ويجب قبولها) له قيم ثابتة.

المنطقة الحرجة:

الاحتمال البياني(يمثل على الرسم البياني) وهي منطقة الرفض العدمي إذا وقعت فيها قيمة الاختبار يرفض الفرض العدمي.

ثلاث أنواع من الاختبارات:

١ -اختبار الطرفين تتوزع المنطقة الحجرة على طرفي المنحنى بالتساوي a.
٢ - الطرف الأيمن.
٣ -الطرف الأيسر.

يكون فيها منطقة الرفض

١ -إذا كان الهدف من التجربة بناء على ناحية ايجابية(أي قبول نستخدم الطرف الأيمن.
٢ - إذا كانت رؤية الباحث ينم عن توقعات سلبية(أي رفض) نستخدم الطرف الأيسر.
٣ -أما إذا كان الاتجاه واضح نستخدم الطرفين.

من أسئلة اختبار ١٤٣٢هـ

س٢٩/ تتمثل في نوع من الفروض التي تنص على عدم وجود فرق في الناتج أي أن المتغير المستقل لا يؤثر على المتغير التابع.

- العدمي

س٣٢/ هو ذالك الفرض الذي ينفي وجود علاقة أو فروق بين متغيرات الدراسة.

- الفرض الصفر ي. ص ٧٦.

س/ يعرف مستوى المعنوية a على:

- احتمال رفض الفرض العدمي وهو صحيح ، ص٧٨.

تابع اختبار الفروض

١- اختبار يعتمد على عينة.
أ - اختبار متوسط المجتمع μ.
ب - اختبار نسبة المجتمع ل.

٢- اختبار يعتمد على عينتين.

أ - اختبار متوسط المجتمع μ.

١ -الفرض العدمي(صفري)= μ
٢ -الفرض البديل μ > س.
٣ -وسيلة الاختبار الإحصائي = ى = $\frac{(س - \mu)\sqrt{ن}}{ع}$

في حالة أنه ايجابي في حالة انه سلبي تكون الاشارة اصغر

من أسئلة الاختبار

س٧/ إذا كان متوسط إنتاجية العامل في احد المصانع ٣٠ وحدة في اليوم جرب نظاماً للحوافز المادية على عينة من ١٠٠ عامل لمدة معنية تبين بعدها أن متوسط إنتاجية العامل في العينة أصبح ٣٧ وحدة بانحراف معياري ٤ وحدات أريد اختبار اثر الحوافز المادية على إنتاجية العامل في ضوء هذا الاختبار يكون شكل الفرض الصفري العدمي والفرض البديل هو:

الفرض الصفري $\mu = 30$ الفرض البديل $\neq 30$ ص ٨٠

نختار $\neq$ لأنه لم يتبين في السؤال هل زاد أم نقص(الزيادة أكبر والنقص أصغر).

س١٩/ إذا كان متوسط إنتاجية العامل في احد المصانع ٣٠ وحدة في اليوم جرب نظاماً للحوافز المادية على عينة من ١٠٠ عامل لمدة معنية تبين بعدها أن متوسط إنتاجية العامل في العينة أصبح ٣٨ وحدة بانحراف معياري ٤ وحدات وفق هذه البيانات تكون القيمة المحسوبة Z هي:

$$ى = \frac{(\bar{س} - \mu)\sqrt{ن}}{ع} \Leftarrow \frac{(٣٠ - ٣٨)\sqrt{١٠٠}}{٤} = \frac{٨\sqrt{١٠٠}}{٤} = ٢٠$$

اختبار النسبة في المجتمع

القانون: $ى = \dfrac{\hat{ل} - ل}{\sqrt{\dfrac{ل\,(1-ل)}{ن}}}$

ويطبق عليها نفس أنظمة المتوسط.

القيمة الجدوليه

نقارن القيمة المحسوبة(قيمة الاختبار) مع القيمة الجدوليه.

- إذا كانت القيمة الجدوليه > القيمة المحسوبة فإنه يعني يقبل الفرض العدمي
- إذا كانت القيمة الجدوليه < القيمة المسحوبة فإنه يعني يرفض الفرض العدمي

من أسئلة اختبار ١٤٣٢هـ

س٨/ إذا كانت قيمة المختبر الإحصائي(Z) المحسوبة = ٢,١ والقيمة الجدوليه=٥٨,٢ فإن القرار يكون قبول الفرض الصفري.

اختبارات تعتمد على عينتين مستقلتين

مثل أجراء اختبار على عينة من طلاب في جامعة (أ) لأحد الأقسام مع طلاب للجامعة (ب) لأحد الأقسام.

اختبار الفرق بين متوسطي مجتمعين.

نفس الخطوات السابقة.

١ -الفرض العدمي(الصفري) $\mu = س$

٢ -الفرض البديل μ (نضع الإشارة حسب المعطى في السؤال)

٣ -القانون(في وسيلة الاختبار).

$$ى = \frac{\bar{س}_1 - \bar{س}_2}{\sqrt{\dfrac{ع_1^2 + ع_2^2}{ن_1 + ن_2}}}$$

- **الجزئية الآخيرة من المنهج لم يسعف الوقت لمذاكرتها جيداً وهذا حل لبعض أسئلتها التي وردت في الاختبار:**

أجريت دراسة لاختبار الفروق بين عدد من المتغيرات وكانت مخرجات هذه الدراسة بعد تحليل بياناتها من خلال برنامج *spss* كالتالي :

independent -Samples TES

	levene's test of equality of error variances							
	F	***Sig***	***t***	***Sig (2-tailed)***	***Mean Differance***	***Std. Error Differenca***	***95% confidence interval of the Difference***	
							Lewer	***Upper***
الراتب ***Equal variances assumed***	***4,880***	***,040***	***,709***	***18***	***,488***	***4,700***	*-9,23471*	***18,83471***
Equal variances not assumed			***,709***	***15,05***	***,489***	***4,700***	***-9,43323***	***18,83323***

٣٩/ من خلال الجدول السابق : قيمة t المحسوبة هو :

أ - **0,488**
ب - **0,040**
ت - **<u>0,709</u>** مباشر من الجدول
ث - **0,489**

إذا كان لديك المخرجات التالية والمطلوب :

Ranks

VARoooo		N	Moan Rank
VARoooo	1,00	10	16,90
	2,00	10	12,20
	3,00	10	17,40
	Total	30	

Test Statistics

	VARoooo1
Chi-Square	2,140
Df	2
Asymp Sig.	,343

Kruskal Wallis Test - a
Grouping Variable: VARoooo3 - b

٤٩/ وفق هذه البيانات ، يكون القرار الإحصائي هو :
ب - قبول الفرض الصفري
(لأن قيمة Sig أكبر من 05,)

إذا أجريت دراسة بين عدد من المتغيرات وكانت مخرجات هذه الدراسة بعد تحليل بياناتها من خلال برنامج ال Spss كالتالي :

independent -Samples TES

	levene's test of equality of error variances						*95% confidence interval of the Difference*	
	F	*Sig*	*t*	*Sig (2-tailed)*	*Mean Differenice*	*Std. Error Differenca*	*Lewer*	*Upper*
الراتب *Equal variances assumed*	*4,880*	*,040*	*,709*	*18*	*,488*	*4,700*	-9,23471	*18,83471*
Equal variances not assumed			*,709*	*15,05*	*,489*	*4,700*	-9,43323	*18,83323*

٥٠/ فإن القرار النهائي فيما يتعلق باختيار الفروق بين متوسطي عينتين مستقلتين هو :

ج - قبول الفرضية الصفرية

(إذا كانت قيمة Sig أكبر من 05, نقبل الفرضيه الصفرية وإذا كانت أصغر من 05, نرفض الفرضيه الصفرية ونقبل البديل)

٤٨/ إذا كان لدينا ثلاثة منتجات لإحدى الشركات الصناعية، وتم تقييمها من قبل مجموعة من المستهلكين وحصلنا على النتائج التالية :

المنتج (٣) x_3	المنتج (٢) x_2	المنتج (١) x_1
2	4	7
2	6	10
3	7	10
7	9	11
6	9	12
20	35	50

ولتكون لدينا ثلاث متغيرات فتريه، ولرغبة الشركة معرفة الفروق بين هذه المتغيرات موضع الدراسة فإن انسب أسلوب إحصائي هنا هو تحليل التباين الأحادي One Way ANOVA وكجزء من حساب تحليل التباين الأحادي حساب قيمة [مجموع المربعات بين المجموعات Between Sum Of Squares] وهذه القيمة تساوي :

د - ٩٠

المثال في ملخص ورووود من صـ ١٠٦ الى ١٠٩

المطلوب فقط مجموع المربعات بين المجموعات في ص ١٠٨ طريقة الحل

إذا أجريت دراسة لاختيار العلاقة بين عدد من المتغيرات وكانت مخرجات هذه الدراسة بعد تحليل بياناتها من خلال برنامج Spss كالتالي : (في أرقام ناقصة لأنها غير واضحة)

		الطول	الوزن	العمر
الطول	*Pearson Correlation* *Sig(2-tailed)* *N*	1 10	.850 .002 10	-,003 -993 10
الوزن	*Pearson Correlation* *Sig(2-tailed)* *N*	,850 ,002 10	1 10	.066 .856 10
العمر	*Pearson Correlation* *Sig(2-tailed)* *N*	-.003 -993 10	.066 .856 10	1 10

٤٧/ من خلال الجدول السابق: قيمة معامل الارتباط بين المتغيرين (الطول والعمر):

ج- -0,003

ملخص وليس محتوى

هو جهد والمجتهد يصيب ويخطأ فعفوا عنه،،

شارك في الإعداد والتقديم/

دوحةُ غَنّاء - basomy - عبـــادي- STAR2010

هناك أيدي خفيه شاركت لا اعلمها

دعواتكم للجميع

@34b4di

@daw7h2

$$\frac{\mathrm{ERF}\left(\frac{Z\sqrt{2}}{2}\right)+1}{2}$$

Z	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0	0.5	0.504	0.508	0.512	0.516	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.591	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.648	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.67	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.695	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.719	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.758	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.791	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.834	0.8365	0.8389
1	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.877	0.879	0.881	0.883
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.898	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.937	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.975	0.9756	0.9761	0.9767
2	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.983	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.985	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.989
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.992	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.994	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.996	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.997	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.998	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.999	0.999