الأساليب الكمية في الإدارة

الفصل الدراسي الأول

العام الدراسي 1431 – 1432هـ

د. ملفي الرشيدي

نظام التعليم المطور للانتساب

كلية إدارة الأعمال

قسم الأساليب الكمية

المحاضرة السادسة

Simplex Method الطريقة المبسطة

- المؤسس: Dr. Dantzing عام 1947
- وسيلة رياضية ذات كفاءة عالية في استخراج الحل الأمثل لمسائل البرمجة الخطية, بغض النظر عن عدد متغيرات المسألة.
- ساعد في انتشارها إمكانية برمجة المشكلات ذات العلاقة والتوصل الى نتائج باستخدام الحاسب الآلي.

اساسيات طريقة السمبلكس

- تقوم فكرة السمبلكس على وجود الحل الامثل دائما عند احد اركان منطقة الحلول الممكنة. لكن بدلاً من ميزة رؤية هذه الاركان كما يظهرها الرسم البياني, تستخدم طريقة السمبلكس عملية التحسن التدريجي:

1) يجب ان يكون الركن التالي مجاور للركن الحالي
2) لا يمكن ان يعود الحل في اتجاه عكسي الى ركن تم تركه.

الشكل القياسى (الصورة القياسية) Standard Form

يعتبر الشكل القياسي من الأشكال المهمة حيث لا يمكن تطبيق الطريقة المبسطة إلا بعد تحويل نموذج البرمجة الخطية الى الشكل القياسي:

1. تتخذ دالة الهدف صفة التعظيم أو التصغير.
2. جميع القيود الموجودة على شكل متباينات تتحول الى مساواة في الشكل القياسي على الشكل التالي:

يتبع

I. إذا كانت إشارة القيد على شكل أقل من او يساوي فإننا نضيف متغير راكد الى الطرف الأيسر في القيد.

II. إذا كانت إشارة القيد على شكل أكبر من او يساوي فإننا نطرح متغير راكد من الطرف الأيسر في القيد.

III. جميع المتغيرات (بما فيها المتغيرات الراكدة) غير سالبة.

IV. نقوم بنقل الطرف الأيمن من دالة الهدف الى الطرف الأيسر (عند Z) مع اضافة المتغيرات الراكدة بمعاملات صفرية مساوية لعدد القيود.

مثـــــــال

حول النموذج التالي الى الشكل القياسي.

Max $Z = 5*X_1 + 3*X_2$

s.t.

$4*X_1 + 3*X_2 <= 2$

$2*X_1 + X_2 >= 3$

$X_1, X_2 >= 0$

يتبع

- ✓ ننقل الطرف الأيمن من دالة الهدف الى الطرف الأيسر ليصبح:

$$Max \quad Z - 5*X_1 - 3*X_2 = 0$$

- ✓ نضيف متغير راكد موجب مثل S_1 في الطرف الايسر للقيد الأول ليصبح:

$$4*X_1 + 3*X_2 + S_1 = 2$$

- ✓ نطرح متغير راكد موجب مثل S_2 في الطرف الايسر للقيد الثاني ليصبح:

$$2*X_1 + X_2 - S_2 = 3$$

- ❑ نسمي S_1, S_2 متغيرات راكدة Slack Variables

يتبع

الشكل القياسي للمثال السابق :

$$\text{Max } Z - 5*X_1 - 3*X_2 = 0$$

s.t.

$$4*X_1 + 3*X_2 + S_1 = 2$$

$$2*X_1 + X_2 - S_2 = 3$$

$$X_1, X_2, S_1, S_2 >= 0$$

مثـــال

المطلوب: تحويل البرنامج الأولي الى البرنامج (الشكل) القياسي

$$\text{MAX} \quad Z = 3X_1 - 2X_2 + 10X_3$$

s.t.

$$4X_1 - 10X_2 + 3X_3 \leq 100$$

$$-3X_1 + 4X_2 \geq 80$$

$$X_2 + X_3 \geq 40$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

$$\text{MAX} \quad Z - 3X_1 + 2X_2 - 10X_3 = 0$$

s.t.

$$4X_1 - 10X_2 + 3X_3 + S_1 = 100$$

$$-3X_1 + 4X_2 - S_2 = 80$$

$$X_2 + X_3 - S_3 = 40$$

$$X_1, X_2, X_3, S_1, S_2, S_3 \geq 0$$

الحل :

$$\max \quad Z = 3x_1 - 2x_2 + 10x_3$$

$$Z - 3x_1 - 2x_2 + 10x_3 = 0$$

s.t :

$$4x_1 - 10x_2 + 3x_3 \leq 100$$

$$4x_1 - 10x_2 + 3x_3 + S_1 = 100$$

$$-3x_1 + 4x_2 \geq 80$$

$$-3x_1 + 4x_2 - S_2 = 80$$

$$x_2 + x_3 \geq 40$$

$$x_2 + x_3 - S_3 = 40$$

$$x_1, x_2, x_3, S_1, S_2, S_3 \geq 0$$

خطوات الحل باستخدام طريقة السمبلكس

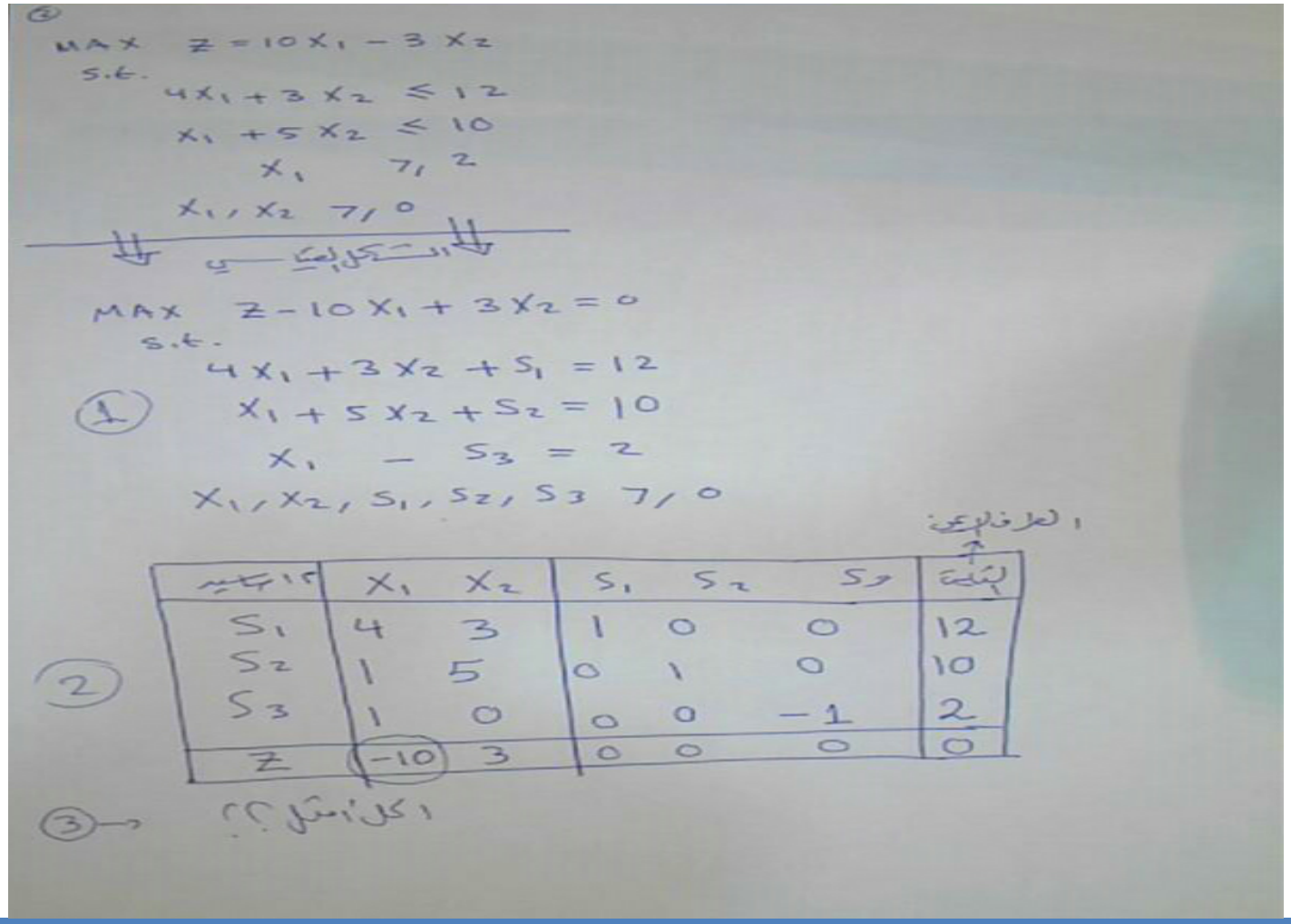
- **اولاً: تحويل نموذج البرمجة الخطية الى الشكل القياسي Standard Form**

المقصود فيها القيم المرافقة للاكس او

- **ثانياً: تفريغ المعاملات الواردة في النموذج القياسي في جدول يطلق عليه جدول الحل الابتدائي (الأولي).**

المتغيرات الاساسية Basic Var.	المتغيرات غير الاساسية X_1 X_2 … X_m	S_1 S_2 … S_n	الثابت Solutions
S_1	a_{11} a_{12}… a_{1m}	1 0 … 0	b_1
S_2	a_{21} a_{22} … a_{2m}	0 1 … 0	b_2
:	: : :	: : :	:
S_n	a_{n1} a_{n2} a_{nm}	0 0 1	b_n
Z	c_1 c_2 … c_m	0 0 …0	0

مثال على تكوين الجدول الأولي(الحل الابتدائي)



MAX $Z = 10X_1 - 3X_2$

s.t.

$4X_1 + 3X_2 \leq 12$

$X_1 + 5X_2 \leq 10$

$X_1 \geq 2$

$X_1, X_2 \geq 0$

MAX $Z - 10X_1 + 3X_2 = 0$

s.t.

$4X_1 + 3X_2 + S_1 = 12$

$X_1 + 5X_2 + S_2 = 10$

$X_1 - S_3 = 2$

$X_1, X_2, S_1, S_2, S_3 \geq 0$

المتغيرات الأساسية	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	الكمية
S_1	4	3	1	0	0	12
S_2	1	5	0	1	0	10
S_3	1	0	0	0	-1	2
Z	-10	3	0	0	0	0

$$\max z = 10x_1 - 3x_2$$

$$\text{s.t. } 4x + 3x_2 \le 12$$

$$x_1 + 5x_2 \le 10$$

$$x_1 \ge 2$$

$$x_1, x_2, x_3 \ge 0$$

تغيرت الاشارة لاننا نقلنا المعادلة بكاملها الى الجانب الايسر عند z وعند نقل دالة الهدف الى جهة اليسار كل اشاراتها تتغير

الخطوة ١

$$z - 10x_1 + 3x_2 = 0$$

$$4x_1 + 3x_2 + s_1 = 12$$

$$x_1 + 5x_2 + s_2 = 10$$

$$x_1 - s_3 = 2$$

$$x_1, x_2, s_1, s_2, s_3 \ge 0$$

الخطوة ٢

فجع S	x_1	x_2 محامد	s_1	s_2	s_3 معامل	الثابت
s_1	4	3	1	0	0	12
s_2	1	5	0	1	0	10
s_3	1	0	0	0	-1	2
z	-10	3	0	0	0	0

الخطوة ٣ الحل الامثل

في الصفحة التالية وهي التحقق من قيم اكس في دالة الهدف فاذا وجدنا معامل احد الاكسات في دالة الهدف باشارة سالبة فمعنى ذلك ان الحل ليس الامثل والمعادلة تحتاج الى تحسين

ثالثاً: التحقق من الأمثلية

- يتم الحكم من خلال النظر الى صف
فإذا كانت جميع قيم المعاملات في هذا
الصف صفريه او موجبه فهذا يعني
أننا قد توصلنا للحل الامثل.

أما اذا كان هناك على الاقل
معامل واحد سالب فهذا يعني ان
هناك مجال لتحسين الحل

- رابعاً: تحسين الحل: تحديد المتغير الداخل والمتغير الخارج.

ملاحظة من الدكتور جميع الامثلة التي سوف نتطرق اليها في الطريقة المبسطه ستكون في اطار مسائل التعظيم

❖ المتغير الداخل:

في مسائل التعظيم, المتغير الداخل هو المتغير الذي له أكبر معامل سالب في دالة الهدف في جدول الحل. ويطلق عليه العمود المحورى Pivot Column

❖المتغير الخارج:

يتحدد عن طريق قسمة عمود الثوابت على القيم المناظرة لها في العمود المحوري مع إهمال المتغيرات ذات القيم السالبة او الصفرية. ويكون المتغير الخارج هو ذلك المتغير في الصف الذي يتضمن أقل خارج قسمة. ويطلق عليه صف الارتكاز Pivot equation.

- نطلق على صف المتغير الخارج اسم معادلة الارتكاز. كما نطلق أسم "عنصر الارتكاز (العنصر المحوري)" pivot element على نقطة تقاطع العمود الداخل مع الصف الخارج
- نبتدي بتكوين الحل الاساسي الجديد بتطبيق طريقة "جاوس جوردان Gauss-Jordan" و التي تقوم على نوعين من العمليات الحسابية:

خامساً: تكوين الجدول الجديد

النوع 1 (معادلة الارتكاز)

عنصر الارتكاز/معادلة الارتكاز الجديدة = معادلة الارتكاز القديمة

النوع 2 (كل المعادلات الاخرى بما فيها z).

المعادلة الجديدة = المعادلة القديمة – في العمود الداخل * معاملها الارتكاز الجديدة معادلة

- **ملاحظات:**

عمليات النوع الاول: ستجعل من عنصر الارتكاز يساوي 1 في معادلة الارتكاز الجديدة.

عمليات النوع الثاني: ستجعل كل المعاملات الاخرى في العمود الداخل مساوية للصفر.

تمثل نتائج كلا النوعين من العمليات الحسابية الحل الاساسي الجديد من خلال احلال المتغير الداخل في كل المعادلات الاخرى ما عدا معادلة الارتكاز.

تمت

بحمد الله