جامعة الملك فيصل

عمادة التعلم الإلكتروني والتعليم عن بعد

الإدارة المالية(2)

الدكتور نور الدين خبابه

المحاضرة الخامسة

المخاطر في المحفظة الاستثمارية

الانحراف المشترك (التغاير)

الصيغة الأولى:

$$COV_{(a,b)} = \sum_{i=1}^{n} Pi[(R_a - ER_a)(R_b - ER_b)]$$

COV(a,b)= الانحراف المشترك لمحفظة مكونة من مشروعين (a , b)

Pi= احتمال حدوث الحالة الاقتصادية i ويتراوح من 1 إلى n

Ra= العائد الممكن الحصول عليه من الاستثمار (a) في حالة اقتصادية معينة

Era = العائد المتوقع من الاستثمار (a) وهو عبارة عن (Ra ×Pa) لكل الحالات الاقتصادية

Rb= العائد الممكن الحصول عليه من الاستثمار (b) في حالة اقتصادية معينة

Erb = العائد المتوقع من الاستثمار (b) وهو عبارة عن (Rb ×Pb) لكل الحالات الاقتصادية

الصيغة الثانية لحساب الانحراف المشترك (التغاير):

$$COV_{(a,b)} = \rho_{(a,b)} \times \sigma_a \sigma_b$$

الصيغة الرياضية لحساب معامل الارتباط بين المشروعين:

$$\rho_{(a,b)} = \frac{COV_{(a,b)}}{\sigma_a \times \sigma_b}$$

الانحراف المعياري لمحفظة استثمارية مكونة من استثمارين يحسب كالآتي:

الصيغة الأولى:

$$\sigma_{(a,b)} = \sqrt{W_a{}^2\sigma_a{}^2 + W_b{}^2\sigma_b{}^2 + 2W_aW_bCOV_{(a,b)}}$$

الانحراف المعياري لمحفظة استثمارية مكونة من استثمارين يحسب كالآتي:

الصيغة الثانية:

$$\sigma_{(a,b)} = \sqrt{W_a^{\,2}\sigma_a^{\,2} + W_b^{\,2}\sigma_b^{\,2} + 2W_aW_b\rho_{(a,b)}\sigma_a\sigma_b}$$

العائد والمخاطر في المحفظة الاستثمارية

مثال:

الحالة الاقتصادية	الاحتمال	العائد من المشاريع (%)		
		المشروع (a)%	المشروع (b) %	المشروع (c)%
ازدهار	0.3	0.6	0.6	0.5
ظروف طبيعية	0.4	0	0.1	0.2
ركود	0.3	-0.1	-0.2	-0.1

المطلوب: حساب الانحراف المعياري لكل محفظة استثمارية ممكنة مكونة من استثمارين

أولاً: حساب العائد المتوقع من كل مشروع:

$$0.15 = (0.1- \times 0.3) + (0.4 \times 0) + (0.3 \times 0.6) = (ER)a$$

$$0.16 = (0.2- \times 0.3) + (0.4 \times 0.1) + (0.3 \times 0.6) = (ER)b$$

$$0.20 = (0.1- \times 0.3) + (0.4 \times 0.2) + (0.3 \times 0.5) = (ER)c$$

أولاً: حساب الانحراف المعياري لكل مشروع.

بتطبيق الصيغة الرياضية المعروفة لحساب الانحراف المعياري لكل مشروع منفرد:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} Pi(Ri - ER)^2}$$

ثانياً: حساب الانحراف المعياري لكل مشروع:

$$\sigma_{(a)} = \sqrt{0.3(0.6-0.15)^2 + 0.4(0-0.15)^2 + 0.3(-0.1-0.15)^2} = 0.297$$

$$\sigma_{(b)} = \sqrt{0.3(0.6-0.16)^2 + 0.4(10-0.16)^2 + 0.3(-0.2-0.16)^2} = 0.314$$

$$\sigma_{(c)} = \sqrt{0.3(0.5-0.20)^2 + 0.4(0.2-0.2)^2 + 0.3(-0.1-0.2)^2} = 0.232$$

العائد والمخاطر في المحفظة الاستثمارية

المشروع A

1	2	3	4	5	6	7
الحالة الاقتصادية (s)	الاحتمال Pi	معدل العائد Ri	(Pi × Ri)	(Ri – ER)	$(Ri – ER)^2$	$Pi(Ri – ER)^2$
ازدهار	0.3	0.60	0.18	0.450	0.2025	0.06075
عادية	0.4	0	0	-0.150	0.0225	0.009
الركود	0.3	-0.1	-0.03	-0.250	0.0625	0.01875
	1	العائد المتوقع ER	0.1500		التباين	0.0885
					الانحراف المعياري	0.297

العائد والمخاطر في المحفظة الاستثمارية

المنشأة B

1	2	3	4	5	6	7
الحالة الاقتصادية (s)	الاحتمال Pi	معدل العائد Ri	(Pi × Ri)	(Ri – ER)	(Ri – ER)2	Pi(Ri – ER)2
ازدهار	0.3	0.60	0.18	0.440	0.1936	0.05808
عادية	0.4	0.1	0.04	-0.060	0.0036	0.00144
كساد	0.3	-0.2	-0.06	-0.360	0.1296	0.03888
	1	العائد المتوقع ER	0.1600		التباين	0.0984
					الانحراف المعياري	0.314

العائد والمخاطر في المحفظة الاستثمارية

المنشأة C

1	2	3	4	5	6	7
الحالة الاقتصادية (s)	الاحتمال Pi	معدل العائد Ri	(Pi × Ri)	(Ri – ER)	(Ri – ER)2	Pi(Ri – ER)2
ازدهار	0.3	0.50	0.15	0.300	0.09	0.027
عادية	0.4	0.2	0.08	0.000	0	0
كساد	0.3	-0.1	-0.03	-0.300	0.09	0.027
1		العائد المتوقع ER	0.20		التباين	0.054
					الانحراف المعياري	0.232

ثانيا: حساب الانحراف المشترك (التغاير) لكل مشروعين يمكن أن يشكلا محفظة استثمارية باستخدام الصيغة الرياضية السابق ذكرها:

$$COV_{(a,b)} = \sum_{i=1}^{n} Pi[(R_a - ER_a)(R_b - ER_b)]$$

العائد والمخاطر في المحفظة الاستثمارية

$COV_{(a,b)}$ = {0.3(0.6-0.15) (0.6-0.16)} + {0.4(0 - 0.15) (0.1-0.16)} + {0.3 (-0.1 – 0.15) (-0.2 -0.16)}
= 0.09

$COV_{(a,c)}$ = {0.3(0.6-0.15) (0.5-0.2)} + {0.4(0 - 0.15) (0.2-0.2)} + {0.3 (-0.1 – 0.15) (-0.1 -0.2)}
= 0.063

$COV_{(b,c)}$ = {0.3(0.6-0.16) (0.5-0.2)} + {0.4(0.1 - 0.16) (0.2-0.2)} + {0.3 (0.2 – 0.16) (-0.1 -0.2)}
= 0.072

العائد والمخاطر في المحفظة الاستثمارية

الانحراف المشترك (التغاير) بين المشروعين (a و b)

6	5	4	3	2	1
Pi (Rb - ERb)*(Ra - Era)	(Rb - ERb)*(Ra - Erb)	(Rb - Erb)	(Ra - ERa)	الاحتمال Pi	الحالة الاقتصادية
0.0756	0.252	0.56	0.45	0.3	انكماش
-0.0036	-0.009	0.06	-0.15	0.4	عادية
0.018	0.06	-0.24	-0.25	0.3	ازدهار
0.09	التغاير بين A و B			1.00	

العائد والمخاطر في المحفظة الاستثمارية

الانحراف المشترك (التغاير) بين المشروعين (a و c)

6	5	4	3	2	1
Pi (Rb - ERb)*(Ra - Era)	(Rb - ERb)*(Ra - Erb)	(RC - ErC)	(Ra - ERa)	الاحتمال Pi	الحالة الاقتصادية
0.0405	0.135	0.300	0.45	0.3	انكماش
0	0.000	0.000	-0.15	0.4	عادية
0.0225	0.075	-0.300	-0.25	0.3	ازدهار
0.063	التغاير بين A و B			1.00	

العائد والمخاطر في المحفظة الاستثمارية

الانحراف المشترك (التغاير) بين المشروعين (b و c)

6	5	4	3	2	1
Pi (Rb - ERb)*(Ra - Era)	(Rb - ERb)*(Ra - Erb)	(RC - ErC)	(Rb - ERb)	الاحتمال Pi	الحالة الاقتصادية
0.0396	0.132	0.300	0.44	0.3	ازدهار
0	0.000	0.000	-0.06	0.4	عادية
0.0324	0.108	-0.300	-0.36	0.3	الركود
0.072	التغاير بين A و B			1.00	

ثالثاً: حساب معامل الارتباط لكل مشروعين يمكن أن يشكلا محفظة استثمارية باستخدام الصيغة الرياضية السابق ذكرها:

$$\rho_{(a,b)} = \frac{COV_{(a,b)}}{\sigma_a \times \sigma_b}$$

العائد والمخاطر في المحفظة الاستثمارية

معامل الارتباط (a,b):

$$\rho_{(a,b)} = \frac{0.09}{0.0297 \times 0.314} = 0.097$$

معامل الارتباط (a,c):

$$\rho_{(a,c)} = \frac{0.063}{0.0297 \times 0.232} = 0.091$$

معامل الارتباط (b,c):

$$\rho_{(b,c)} = \frac{0.072}{0.314 \times 0.232} = 0.099$$

حساب الانحراف المعياري للمحافظ الاستثمارية الممكنة:

المحفظة (a,b) و المحفظة (a,c) و المحفظة (b,c)

✓ 1- باستخدام الصيغة الرياضة التي تستخدم الانحراف المشترك (التغاير) بين المشروعين

$$\sigma_{(a,b)} = \sqrt{W_a{}^2\sigma_a{}^2 +^2 W_b{}^2\sigma_b{}^2 + 2W_aW_bCOV_{(a,b)}}$$

باستخدام الصيغة السابقة نحسب الانحراف المعياري للمحفظة الاستثمارية المكونة من المشروعين (a,b) على اعتبار أن رأس المال موزع بين الاستثمارين بالتساوي، أي أن:

وزن المشروع (a): $W_a = 0.5$

وزن المشروع (b): $W_b = 0.5$

$$\sigma_{(a,b)} = \sqrt{(0.5)^2(0.297)^2 + (0.5)^2(.0314)^2 + 2(0.5\times 0.5)0.09} = 0.303$$

✓ **2- باستخدام الصيغة الرياضية التي تستخدم معامل الارتباط**

$$\sigma_{(a,b)} = \sqrt{W_a^{\,2}\sigma_a +^{2} W_b^{\,2}\sigma_b^{\,2} + 2W_aW_b\rho_{(a,b)}\sigma_a\sigma_b}$$

$$\sigma_{(a,b)} = \sqrt{(0.5)^2(0.297)^2 + (0.5)^2(.0314)^2 + 2(0.5\times0.5\times0.097\times.0297\times0.314)} = 0.303$$

العائد والمخاطر في المحفظة الاستثمارية

الواجب:

حساب الانحراف المعياري لبقية المحافظ.

تمت بحمد الله